

مقاييس التثنت

مقاييس التشتت

مقاييس التشتت

كان الاهتمام في مقاييس النزعة المركزية والمتوسطات حول إيجاد قيمة مركزية (متوسطة) تتركز حولها البيانات ولكن هذا الوصف وحده لا يكفي للمقارنة بين مجموعتين من البيانات أو أكثر لها نفس الوحدة المقاسة لذلك نلجأ لمقاييس التشتت للمقارنة بين مجموعات البيانات المختلفة من حيث تشتتها وكلما قل التشتت كلما اقتربت البيانات إلى متوسطها وكلما كانت البيانات قريبة جداً من متوسطها كلما كانت أقرب إلى التجانس

من أهم مقاييس التشتت

دليل التشتت للبيانات الوصفية، المدى، نصف المدى الربيعي، الانحراف المتوسط، التباين، الانحراف المعياري

المدى

المدى في حالة البيانات غير المبوبة :

هو الفرق بين أكبر قيمة وأقل قيمة من البيانات

المدى في حالة البيانات المبوبة :

هو الفرق بين الحد الأعلى للفئة الأخيرة والحد الأدنى للفئة الأولى ويرمز له بالرمز (R)

مثال 1

البيانات التالية تمثل درجة الرضا الوظيفي لعينة من الموظفين باحدي الشركات

59 ,68, 50,56,51,60

المطلوب ايجاد المدى

الحل

$$R=68-50=18 \text{ درجة}$$

مثال 2

إذا كانت لدينا بيانات حول درجات الذكاء لمجموعتين من الاطفال في احد المدارس علي النحو التالي :

القيمة الكبرى لدرجات الذكاء	القيمة الصغرى لدرجات الذكاء	متوسط درجات الذكاء	
115	95	105	المجموعة الاولى
135	75	105	المجموعة الثانية

المطلوب: حساب المدى للمجموعتين والتعليق عليه

الحل

المدي للمجموعة الاولى :

$$R=115-95=20$$

المدي للمجموعة الثانية :

$$R=135-75=60$$

نلاحظ ان الاختلاف في التشتت بين المجموعتين واضح جدا ، مما يدل علي ان مدي المجموعة الثانية يساوي ثلاثة امثال مدي المجموعة الاولى .ولهذا نتوقع ان اداء المجموعة الاولى يكون احسن من اداء المجموعة الثانية في المدرسة لكون درجات الذكاء للمجموعة الاولى اكثر تجانسا من المجموعة الثانية

حساب المدى في حالة البيانات المبوبة

مثال 3

الجدول التالي يوضح توزيع (100) شخص حسب اوزانهم بالكيلو جرام المطلوب حساب الوزن لهؤلاء الاشخاص

فئات الوزن	-50	58-	-66	74-	82-	90-98
عدد الاشخاص	3	10	24	40	15	8

الحل

المدى = الفرق بين مركز الفئة الاخيرة ومركز الفئة الاولى

$$R=98-50=48 \text{ كيلو جرام}$$

مزايا وعيوب المدي

← مميزات المدي :

- سهولة حسابه
- يعطي فكرة سريعة عن تفاوت البيانات

← عيوب المدي :

- لايدخل في حسابه الا قرائتين (العظمي والصغري) ولربما تكون احدهما او كلاهما قيم متطرفة ، لذل لايعتمد عليه كثيرا
- يصعب حسابه في البيانات الوصفية او الجداول التكرارية المفتوحة
- يتاثر بالقيم الشاذة

التباين والانحراف المعياري

أولاً :

الانحراف المعياري :

هو الجذر التربيعي الموجب للتباين

التباين لبيانات المجتمع :

هو عبارة عن متوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي

التباين لبيانات العينة :

هو عبارة عن مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها

الحسابي مقسوماً علي (عدد هذه القيم مطروحاً منه واحد)

ملحوظة :

كلما اقتربت قيمة التباين من الصفر
وايضا اقتربت قيمة الانحراف المعياري
من الصفر كلما أصبحت البيانات قريبة
من التجانس

ثانياً : حساب التباين
والانحراف المعياري
في حالة البيانات غير المبوبة

إذا كانت (x_1, x_2, \dots, x_N) تمثل N من بيانات المجتمع ، بمتوسط حسابي μ ، وكانت هذه المشاهدات تعبر عن جميع بيانات المجتمع تحت الدراسة فإن التباين والانحراف المعياري يمكن حسابهم من الصيغ التالية .

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu_x)^2}{N}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

← إذا كانت (x_1, x_2, \dots, x_n) تمثل (n) من بيانات العينة ، بمتوسط حسابي (\bar{x}) وكانت هذه المشاهدات تعبر عن قيمة مأخوذة من مجتمع الدراسة فإن التباين والانحراف المعياري يحسبان عن طريق الصيغتين التاليتين علي الترتيب :

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} , s = \sqrt{s^2}$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \left[\frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n} \right]}{n-1}}$$

مثال 4

احسب الانحراف المعياري للاجور اليومية بالدولار للعيينة التالية المكونة من خمس عمال باحدي القطاعات

60,90,80,70,50

الحل

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \left[\frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}\right]}{n-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{(60^2 + 90^2 + 80^2 + 70^2 + 50^2) - \left[\frac{(60+90+80+70+50)^2}{5}\right]}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{25500 - 24500}{4}} = \sqrt{250} = 15.8 \text{ دولار}$$

مثال 5

اوجد التباين والانحراف المعياري لدرجات الرضا الوظيفي لمجموعتين من موظفي شركتين في القطاع الخاص كما في الجدول التالي .

الوسط الحسابي	عيينة عشوائية	
58	55,56,56,60,60,61	المجموعة الاولى
58	25,37,40,77,81,88	المجموعة الثانية

الحل

المجموعة الاولى :

J	1	2	3	4	5	6	
x_i	55	56	56	60	60	61	$\sum_{i=1}^n x_i = 348$
x_i^2	3025	3136	3136	3600	3600	3721	$\sum_{i=1}^n x_i^2 = 20218$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \left[\frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n} \right]}{n-1}}$$

$$S = \sqrt{\frac{20218 - \left[\frac{(348)^2}{6} \right]}{6-1}} = \sqrt{6.8} = 2.608$$

المجموعة الثانية :

J	1	2	3	4	5	6	
x_i	25	37	40	77	81	88	$\sum_{i=1}^n x_i = 348$
x_i^2	625	1369	1600	5925	6561	7744	$\sum_{i=1}^n x_i^2 = 23828$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \left[\frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n} \right]}{n-1}}$$

$$S = \sqrt{\frac{23828 - \left[\frac{(348)^2}{6} \right]}{6-1}} = 26.99 \text{ درجة}$$

ثالثًا : حساب التباين والانحراف المعياري في حالة البيانات المبوبة

إذا تم أخذ عينة عشوائية من مجتمع محل الدراسة وكان لدينا k من الفئات ذات المراكز (x_1, x_2, \dots, x_k) ولها تكرارات مقابلة (F_1, F_2, \dots, F_k) فإن التباين والانحراف يحسبان من العلاقة .

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^k f_i - 1}$$

$$s = \sqrt{S^2}$$

وهناك طريقة مختصرة

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2 - \left[\frac{(\sum_{i=1}^k f_i x_i)^2}{\sum_{i=1}^k f_i} \right]}{\sum_{i=1}^k f_i - 1}}$$

مثال 6

الجدول ادناه يوضح توزيع عينة عشوائية مكونة من (36) عاملا باحدي الشركات حسب درجة التكيف الاجتماعي

درجة التكيف	30-	36-	42-	48-	54-	60-66
عدد العمال	1	4	8	12	9	3

المطلوب حساب التباين والانحراف المعياري لدرجات التكيف الاجتماعي لهذه الشركة .

الحل

ولحساب التباين والانحراف نتبع الاتي :

1. نوجد عمود المركز الفئة (x_i) وعمود اخر $(x_i f_i)$
2. نضاف عمود جديد $x_i^2 f_i \leftarrow (x_i f_i)x_i$

درجة التكيف	عدد العمال	مراكز الفئات	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
c	f_i	x_i		
30-	1	$(36+30)/2=33$	33	1089
36-	4	$33+h=33+6=39$	156	6084
42-	8	45	360	16200
48-	12	51	612	31212
54-	9	57	513	29241
60-66	2	63	126	7938
Σ المجموع	36		$\Sigma x_i f_i = 1800$	$\Sigma x_i^2 f_i = 91764$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2 - \left[\frac{(\sum_{i=1}^k f_i x_i)^2}{\sum_{i=1}^k f_i} \right]}{\sum_{i=1}^k f_i - 1}}$$

$$S = \sqrt{\frac{91764 - \left[\frac{(1800)^2}{36} \right]}{36 - 1}} = \sqrt{50.4} = 7.1 \text{ درجة}$$

مثال 7

الجدول التالي يوضح توزيع (30) قرضا مقدمة من احد البنوك حسب فئات مبالغ القروض (بالالاف الريالات)

مبالغ القروض (الاف الريالات)	100-	200-	300-	400-	500-600
عدد القروض	3	8	10	7	2

المطلوب حساب مقدار التفاوت (بالالاف الريالات) في مبالغ القروض المقدمة من هذا البنك

الحل

فئات مبالغ القروض (c)	عدد القروض (f_i)	مراكز الفئات (x_i)	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
100-	3	150	450	67500
200-	8	250	2000	500000
300-	10	350	3500	1225000
400-	7	450	3150	1417500
500-600-	2	550	1100	605000
Σ	$\Sigma f_i = 30$		$\Sigma_{i=1}^5 x_i f_i = 10200$	$\Sigma_{i=1}^5 x_i^2 f_i = 3815000$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2 - \left[\frac{(\sum_{i=1}^k f_i x_i)^2}{\sum_{i=1}^k f_i} \right]}{\sum_{i=1}^k f_i - 1}}$$

$$S^2 = \frac{3815000 - \left[\frac{(10200)^2}{30} \right]}{30 - 1} = 11965.52$$

$$S = \sqrt{11965.52}$$

$$S = \sqrt{S^2} = 109.4 \text{ ريال}$$

رابعاً : مزايا وعيوب التباين والانحراف المعياري

مزايا الانحراف المعياري ←

- سهوله حسابه والتعامل معه جبريا
- تدخل جميع القيم في حسابه ولذلك يعتبر من ادق مقاييس التشتت
- له نفس وحده القياس للظاهرة محل الدراسة

عيوب الانحراف المعياري ←

- تاثره بالقيم الشاذة
- لايمكن حسابه للبيانات الوصفية
- يصعب حسابه للجدوال التكرارية المفتوحة