

## مفاهيم أساسية في الجبر

### مبادئ المجموعات

(1) **المجموعة:** ← هي تجمع من الأشياء المعروفة والمحددة تحديدا تاما  
مثل : (1) مجموعة الحروف العربية .

(2) مجموعة أسماء الدول العربية

يرمز لها بالأحرف الكبيرة  $A, B, C, \dots$

والعناصر التي تتألف منها المجموعة ويرمز لها بالأحرف الصغيرة  $\{ a, b, c, \dots \}$

(2) **المجموعة الخالية:** ← هي المجموعة التي لا يوجد بها أي عنصر ويرمز لها

بالرمز  $\emptyset$  او  $\{ \}$  . والمجموعة الخالية  $\emptyset$  جزئيه من أي مجموعة

### طرق التعبير عن المجموعة

يوجد طريقتين للتعبير عن المجموعات

طريقه الوصف: ويتم فيها ذكر صفة او خاصية تميز عناصر المجموعة داخل قوسين  
من الشكل  $\{x: x\}$  والعلامة (:) تعنى حيث ان مثل مجموعه الحروف المكونة لكلمه

$$X = \{ x: x \text{ كلمة حروف احده} \} \quad \text{car}$$

طريقه السرد (الاحصر): ويتم فيها كتابة جميع العناصر للمجموعة داخل قوسين من  
الشكل  $\{ \}$  عنصر تلو الاخر بترتيب او بدون و دون تكرار ونفصل بين العناصر

$$X = \{c, a, r\} \quad \text{car} \text{ فواصل مثل مجموعه الحروف المكونة لكلمه}$$

**(3) المجموعة المنتهية**

← هي التي تتألف من عدد محدود من العناصر. مثل  $x=\{1,2,3,4\}$

**(4) المجموعة غير المنتهية**

← هي التي تتألف من عدد غير محدود او غير منتهى من العناصر مثل  
 $y=\{1,2,3,4, \dots\}$

**(5) المجموعة الجزئية**

← اذا كان كل عنصر من المجموعة  $X$  ينتمى للمجموعة  $Y$  فهذا يعنى ان المجموعة  $X$  مجموعة جزئية من  $Y$  اي ان  $(x \subset y)$  جزئية مرتبه المجموعة

هي عدد عناصر المجموعة  $X$  ويرمز لها بالرمز  $|x|$

**مثال 1**

اذا كانت  $x=\{a, b, c, d, e\}$  ,  $y=\{1,5,8\}$

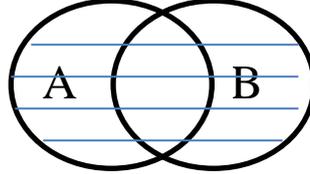
$$|x| = 5$$

$$|y| = 3$$

العمليات على المجموعات(1) عملية اتحاد مجموعتين

**الاتحاد:** ← اذا كان لدينا المجموعة A ، والمجموعة B فان عملية اتحاد A , B هي اخذ جميع العناصر المجموعتين بدون تكرار ويرمز للاتحاد بـ  $(A \cup B)$

$$A \cup B = \{x: x \in A \text{ or } x \in B\}$$

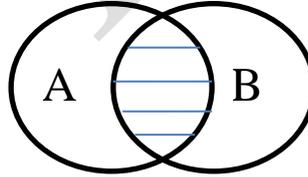
مثال (2)

اذا كانت المجموعة A هي  $A = \{2,3,4,5\}$  ،  $B = \{3,5,7\}$  اوجد  $(A \cup B)$

$$A \cup B = \{2,3,4,5\} \cup \{3,5,7\} = \{2,3,4,5,7\}$$

(2) عملية تقاطع مجموعتين

تقاطع المجموعتين A, B هي ايجاد العناصر المشتركة بينهما ويرمز لها بالرمز  $A \cap B$

مثال (3)

اذا كانت المجموعتين هي  $A = \{1,2,3,4,5,6\}$  ،  $B = \{1,3,5,7\}$  اوجد  $(A \cap B)$

$$A \cap B = \{1,2,3,4,5,6\} \cap \{1,3,5,7\} = \{1,3,5\}$$

مثال (4)

اذا كانت المجموعتين هي  $A = \{1,2,3,4\}$  ،  $B = \{1,3,4,5\}$  اوجد  $(A \cap B)$

$$A \cap B = \{1,2,3,4\} \cap \{1,3,4,5\} = \{1,3,4\}$$

(3) عملية طرح مجموعة من أخرى الفرق بين المجموعتين (A,B)

$$a) A-B = \{x : x \in A \text{ or } x \notin B\}$$

هي جميع العناصر الموجودة في A ولا توجد في B

$$b) B-A = \{x : x \in B \text{ or } x \notin A\}$$

هي جميع العناصر الموجودة في B ولا توجد في A

مثال (5)

إذا كانت  $A = \{1,2,3,4,5,6\}$  ،  $B = \{1,3,5,7\}$  اوجد  $(A-B)$  و  $(B-A)$

$$A-B = \{1,2,3,4,5,6\} - \{1,3,5,7\} = \{2,4,6\}$$

$$B-A = \{1,3,5,7\} - \{1,2,3,4,5,6\} = \{7\}$$

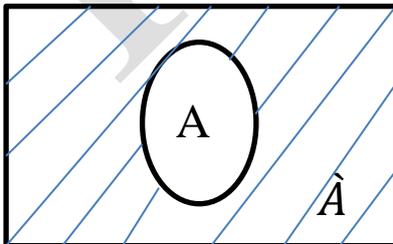
(4) عملية الإتمام

المجموعة الشاملة: ← هي المجموعة التي تحتوي على جميع العناصر ويرمز لها بالرمز U مثل لو رمزنا للأعداد الطبيعية الزوجية A والأعداد الفردية B فان المجموعة الشاملة U هي مجموعة الأعداد الطبيعية (ط)

عملية الإتمام إذا كانت المجموعة A مجموعة جزئية من المجموعة الشاملة

U فان  $(U - A)$

هي المجموعة المتممة للمجموعة A ويرمز لها بالرمز  $\hat{A}$



مثال (6)

إذا كانت  $U = \{1,2,3,4,5\}$  ,  $X = \{2,3,5\}$  اوجد  $\bar{X}$

$$\bar{X} = U - X = \{1,4\}$$

المجموعات العددية

(1) مجموعة الأعداد الطبيعية  $N \leftarrow$  هي الأعداد التي تستخدم في العد

$$N = \{1,2,3,4, \dots\}$$

(2) مجموعة الأعداد الكلية  $W \leftarrow$  هي مجموعة الأعداد الطبيعية مضافا لها الصفر

$$W = N \cup \{0\} \text{ أي } W = \{0,1,2, \dots\}$$

(3) مجموعة الأعداد الصحيحة  $Z \leftarrow$

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

(4) مجموعة الأعداد القياسية والنسبية أو الكسرية  $Q$

هي الأعداد التي يمكن كتابتها على صورته  $\frac{\text{بسط}}{\text{مقام}}$  بحيث أن المقام  $\neq$  صفر

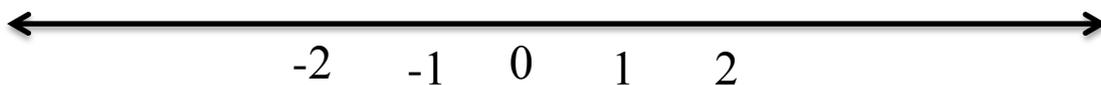
$$Q = x: x = \frac{a}{b}, a, b \in z, b \neq 0$$

(5) مجموعة الأعداد غير القياسية (غير النسبية - غير الكسرية)  $\bar{Q}$

هي الأعداد التي لا يمكن كتابتها على صورته كسر مثل  $e, \pi, \sqrt{3}, \sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{7}}$  حيث أن

التمثيل العشري لها غير منتهى  $\sqrt{3} = 1.732050808 \dots$  ,  $\sqrt{2} = 1.41421356 \dots$

(6) مجموعة الأعداد الحقيقية  $R$  هي مجموعة جميع الأعداد الكسرية وغير الكسرية تمثيلها بيانيا الصفر في المنتصف والأعداد الموجبة على اليمين والسالبة على اليسار.



ترتيب الاعداد الحقيقية

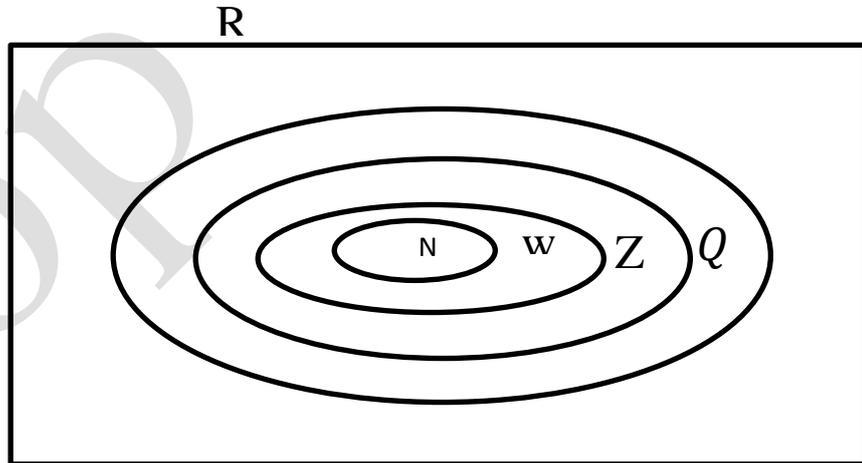
- (1) كلما اتجها يمينا على خط الاعداد الحقيقية زادت قيمه العدد والعكس صحيح.
- (2) ترتيب الاعداد الحقيقية يحدد من خط الاعداد
- (a) اذا كان العدد a على يسار العدد b فهذا يعنى  $a < b$
- (b) اذا كان العدد a على يمين العدد b فهذا يعنى  $a > b$
- (3) العبارة  $a \geq b$  نقرأ a اكبر من او يساوى b نعنى ان  $a = b$  او  $a > b$

## ملاحظة هامة

$$1) N \subset W \subset Z \subset Q \subset R$$

$$2) Q \cup \bar{Q} = R$$

$$3) Q \cap \bar{Q} = \emptyset$$



خصائص الاعداد الحقيقية

اذا كانت  $a, b, c$  اعداد حقيقيه فان الاعداد تتمتع بالخصائص الاتيه

(1) خاصية الاغلاق (جمع او ضرب اي عددين حقيقيين هو عدد حقيقي)

$$ab \in \mathbb{R} \quad , \quad a+b \in \mathbb{R}$$

(2) خاصية الابدال

$$ab = ba \quad , \quad a+b = b+a$$

(3) خاصية الدمج او التجمع

$$(a+b)+c = a+(b+c)$$

$$(ab)c = a(bc)$$

(4) خاصية وجود العنصر المحايد الجمعي والضربي

$$0+a = a+0 = a$$

$$(1)(a) = (a)(1) = a$$

(5) خاصية ضرب عدد في صفر

$$(0).(a) = (a).(0) = 0$$

(6) خاصية المعكوس الجمعي

$$a + (-a) = (-a) + a = 0$$

(7) خاصية المعكوس الضربي

$$a\left(\frac{1}{a}\right) = \left(\frac{1}{a}\right)(a) = 1$$

(8) خاصية التوزيع

$$a(b+c) = ab + ac$$

$$(a+b)c = ac + bc$$

(9) خاصية الشطب الاختصار

$$a+b = a+c \rightarrow b = c$$

$$ab = ac \rightarrow b = c$$

(10) خاصية عوامل الصفر

If  $a \cdot b = 0$  then

$$a = 0 \quad \text{or} \quad b = 0$$

## القيمة المطلقة:

← هي المسافة بين العدد  $x$  والعدد  $0$  على خط الأعداد الحقيقية ويرمز لها بالرمز  $|x|$  وتعرف ب

$$y = |x| = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$$

## المسافة بين عددين على خط الأعداد

المسافة بين العددين  $x, y$  هي القيمة المطلقة للفرق بين  $x$  و  $y$  أي ان  $d(x,y) = |x - y|$

ونلاحظ ان  $d(x,y) = d(y,x)$

أي ان  $|x - y| = |y - x|$

خصائص القيمة المطلقة

إذا كان  $x, y$  عددين حقيقيين فإن

$$1) |x| \geq 0$$

$$2) |-x| = |x|$$

$$3) |xy| = |x||y|$$

$$4) \left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}, y \neq 0$$

$$5) |x + y| \leq |x| + |y|$$

مثال 8

إذا كان  $|4| = 4$  فإن المسافة على خط الأعداد تساوي 4 وحدات

مثال 9

أوجد المسافة بين 1، -2

$$d(-1,2) = |-3| = 3$$

مثال 10

اكتب المجموعة الآتية بطريقة الوصف  $A = \{1,3,5,7\}$

رقم من أرقام المجموعة  $A = \{x : x \in A\}$

مثال 11

اكتب المجموعة الآتية بطريقة السرد

$B = \{ \text{حرف من حروف كلمته تونس} : x \}$

$B = \{ \text{ت، و، ن، س} \}$

مثال 12

اختر الإجابة الصحيحة في كل مما يلي

(1) رتبة المجموعة  $x = \{1,2,3\}$  هي

A) 0

C) 2

B) 1

D) 3

(2) العنصر 1 ينتمي الى

- A)  $\mathbb{N}$  C)  $\mathbb{R}$   
 B)  $[1,2]$  D)  $[1], [0,2]$

(3) العنصر {1} ينتمي الى

- A)  $\mathbb{N}$  C)  $\mathbb{R}$   
 B)  $\{1,2\}$  D)  $[1], [0,2]$

(4) المجموعة  $\{-1\}$  هي مجموعته جزئية من

- A)  $\mathbb{N}$  C)  $[W]$   
 B)  $[-1,2]$  D)  $[-1], [0,2]$

مثال 13

اوجد القيمة المطلقة للأعداد التالية

$$-\frac{5}{6}, -\frac{2}{3}, 1$$

$$\left| -\frac{5}{6} \right| = \frac{5}{6}, \left| -\frac{2}{3} \right| = \frac{2}{3}, |1| = 1$$

مثال 14

اكتب الفترات التالية في صورته مجموعته

- (1)  $(-4,9]$  (2)  $(3,9)$  (3)  $[-3,7]$  (4)  $[-3,5)$

$$(1) (-4,9] = \{x: -4 < x \leq 9\}$$

$$(2) (3,9) = \{x: 3 < x < 9\}$$

$$(3) [-3,7] = \{x: -3 \leq x \leq 7\}$$

$$(4) [-3,5) = \{x: -3 \leq x < 5\}$$

مثال 15

$$A = \{ 6, 8, 10, \dots, 20 \} \quad , \quad B = [1, 2, 3, \dots, 14]$$

، اوجد كل مما يأتي  $A \cap B$  ،  $A \cup B$  ،  $A - B$  ،  $B - A$

الجواب

$$A \cap B = \{ 6, 8, 10, 12, 14 \}$$

$$A \cup B = \{ 2, 3, 4, 5, 6, \dots, 14, 16, 18, 20 \}$$

$$B - A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 13 \}$$

$$A - B = \{ 16, 18, 20 \}$$

مثال 16اختر الإجابة الصحيحة

(1) مجموعة الأعداد الصحيحة هي  $Z = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \}$

A) صواب

C) خطأ

(2) الفترة  $[3, 5]$  هي فترة مفتوحة

A) صواب

C) خطأ

(3)  $(3, 9) = [x: 3 < x < 9]$

A) صواب

C) خطأ

(6) مجموعة الأعداد الفردية  $\{1,3,5,7, \dots\}$  هي مجموعة منتهية

A) صواب

C) خطأ

(7) العدد  $\sqrt{2}$  هو عدد غير نسبي

A) صواب

C) خطأ

(6)  $[-3,1] \cup (-1,3) = [-3,3)$

A) صواب

C) خطأ

(7)  $\left(\frac{a}{b}\right) \left(\frac{c}{d}\right) = \frac{ac}{bd}$

A) صواب

C) خطأ

(8) الفترة  $[-1,7]$  هي فترة مغلقة

A) صواب

C) خطأ

(9) مجموعة الأعداد الكلية هي  $N = [1,2,3,4,5 \dots \dots \dots]$

A) صواب

C) خطأ

(10) مجموعة الاعداد الحقيقية R هي مجموعه منتهية

A) صواب

C) خطأ

$$(11) [5,9] = [x: 5 < x \leq 9]$$

A) صواب

C) خطأ

(12) العدد  $\sqrt{19}$  هو عدد غير نسبي

A) صواب

C) خطأ

$$(13) [-2,1) \cup [-1,4) = [-1,1)$$

A) صواب

C) خطأ

(14) الفترة  $[9,12]$  هي فتره مفتوحة

A) صواب

C) خطأ

(15) العدد 19 هو عدد طبيعي

A) صواب

C) خطأ

(16) مجموعة الاعداد الصحيحة هي  $Z = \{1,2,3,4,5 \dots \dots\}$

A) صواب

C) خطأ

(17) مجموعة الاعداد النسبية Q هي مجموعه غير منتهيه

A) صواب

C) خطأ

$$(18) [-2,1) \cup [-1,4) = [-2,4)$$

A) صواب

C) خطأ