

تبسيط المقادير الجبرية

تبسيط المقادير الجبرية

(1) استخدام طريقة جمع وطرح الكسور :

عند جمع وطرح الكسور نوجد المقامات للكسور إذا كانت مقاماتها مختلفة .

مثال (1) :

$$\text{بسّط المقادير : } \frac{2}{x^2 - 9} + \frac{3}{x+3}$$

الحل :

$$x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$$

$$\frac{2}{x^2 - 9} + \frac{3}{x+3} = \frac{2}{(x-3)(x+3)} + \frac{3}{x+3} = \frac{2+3(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{2+3x-9}{(x-3)(x+3)} = \frac{3x-7}{(x-3)(x+3)}$$

مثال (2) :

$$\text{بسّط المقادير : } \frac{2x}{x^2 - x - 20} + \frac{1}{x-5}$$

الحل :

نحلل المقادير

$$(x^2 - x - 20) = (x - 5)(x + 4)$$

$$\begin{aligned} \frac{2x}{x^2 - x - 20} - \frac{1}{x-5} &= \frac{2x}{(x-5)(x+4)} - \frac{1}{x-5} \\ &= \frac{2x - (x+4)}{(x-5)(x+4)} = \frac{2x - x - 4}{(x-5)(x+4)} = \frac{x-4}{(x-5)(x+4)} \end{aligned}$$

مثال (3) :

$$\text{بسّط المقادير} : \frac{4X-20}{X^3-125} - \frac{4}{X^2+5X+25}$$

الحل :

$$\begin{aligned} \frac{4X-20}{X^3-125} - \frac{4}{X^2+5X+25} &= \\ \frac{4(X-5)}{(X-5)(X+5X+25)} - \frac{4}{X+5X+25} &= \\ = \frac{4}{X+5X+25} - \frac{4}{X+5X+25} &= 0 \end{aligned}$$

مثال (4) :

$$\text{بسّط المقادير} : \frac{1}{X^2-7X} + \frac{X-1}{X^2-49}$$

الحل :

$$\begin{aligned} \frac{1}{X^2-7X} + \frac{X-1}{X^2-49} &= \frac{1}{X(X-7)} + \frac{(X-1)}{(X-7)(X+7)} = \\ &= \frac{X+7+(X^2-1)(X)}{X(X-7)(X+7)} = \frac{X+7+X^3-X}{X(X-7)(X+7)} \\ &= \frac{X+7}{X(X-7)(X+7)} \end{aligned}$$

مثال (5) :

$$\text{بسّط المقادير} : \frac{2X}{X^2+4X+4} - \frac{3}{2X+4}$$

الحل :

$$\begin{aligned} \frac{2X}{X^2+4X+4} - \frac{3}{2X+4} &= \frac{2X}{(X+2)(X+2)} - \frac{3}{2(X+2)} \\ &= \frac{4X-3(X+2)}{2(X+2)^2} = \frac{4X-3X-6}{2(X+2)^2} = \frac{X-6}{X(X+2)^2} \end{aligned}$$

(2) استخدام طريقة ضرب وقسمة الكسور :

عند ضرب وقسمة الكسور نحل بسط ومقام كل مقدار كسري ثم نختصر العوامل المتشابهة .

مثال (6) :

$$\frac{x^2 - 16}{(x+4)^2} \times \frac{(x+4)}{(x-4)} : \text{بسّط المقدار}$$

الحل :

$$\frac{x^2 - 16}{(x+4)^2} \times \frac{(x+4)}{(x-4)} = \frac{(x-4)(x+4)}{(x+4)^2} \times \frac{(x+4)}{(x-4)} = 1$$

مثال (7) :

$$\frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 - 9} \div \frac{x+4}{5x-15} : \text{بسّط المقدار}$$

الحل :

عند القسمة تحول إلى ضرب وقلب المقدار الثاني :

$$\begin{aligned} \frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 - 9} \div \frac{x+4}{5x-15} &= \frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 - 9} \times \frac{5x-15}{x+4} \\ &= \frac{(x+4)(x+3)}{(x-3)(x+3)} \times \frac{5(x-3)}{(x+4)} = 5 \end{aligned}$$

مثال (8) :

$$\text{بسّط المقطار} : \frac{X^2 - y^2}{Xy} \div \frac{X-y}{y}$$

الحل :

$$\frac{X^2 - y^2}{Xy} \div \frac{X-y}{y} = \frac{X^2 - y^2}{Xy} \times \frac{y}{X-y} = \frac{(X-y)(X+y)}{Xy} \times \frac{y}{X-y} = \frac{X+y}{X} = 1 + \frac{y}{X}$$

مثال (9) :

$$\text{بسّط المقطار} : \frac{2}{3X} + \frac{7}{3X}$$

الحل :

$$\frac{2}{3X} + \frac{7}{3X} = \frac{2+7}{3X} = \frac{9}{3X} = \frac{3}{X}$$

مثال (10) :

$$\text{بسّط المقطار} : \frac{X^2 - y^2}{(X-y)^2} \times \frac{1}{X+y}$$

الحل :

$$\frac{X^2 - y^2}{(X-y)^2} \times \frac{1}{X+y} = \frac{(X-y)(X+y)}{(X-y)^2} \times \frac{1}{X+y} = \frac{1}{X-y}$$

مثال (11) :

$$\text{بسّط المقطار} : \frac{5}{X-2} + \frac{4}{X^2 - 4}$$

الحل :

$$\frac{5}{X-2} + \frac{4}{X^2 - 4} = \frac{5}{X-2} + \frac{4}{(X-2)(X+2)}$$

$$= \frac{5X+10}{(X-2)(X+2)} + \frac{4}{(X-2)(X+2)} = \frac{5X+14}{(X-2)(X+2)}$$

مثال (12) :

$$\frac{3X+12}{2X-8} \div \frac{(X+4)^2}{(X-4)} \quad \text{بسط المقدار} :$$

الحل :

$$\frac{3X+12}{2X-8} \div \frac{(X+4)^2}{(X-4)} = \frac{3X+12}{2X-8} \times \frac{(X-4)}{(X+4)^2} = \frac{3(X+4)}{2(X-4)} \times \frac{(X-4)}{(X+4)^2} = \frac{3}{2(X+4)}$$

مثال (13) :

$$\frac{2}{X^2 - 6X + 9} - \frac{X+1}{3X-9} \quad \text{بسط المقدار} :$$

الحل :

$$\frac{2}{X^2 - 6X + 9} - \frac{X+1}{3X-9} = \frac{2}{(X-3)(X-3)} - \frac{X+1}{3(X-3)} = \frac{6 - (X-3)(X+1)}{3(X-3)^2} = \frac{6 - X^2 + 2X + 3}{3(X-3)^2}$$

$$= \frac{9 - X^2 + 2X}{3(X-3)^2}$$

مثال (14) :

$$\frac{X+4}{X^2 - X - 2} - \frac{3}{X+1} \quad \text{بسط المقدار} :$$

الحل :

$$\frac{X+4}{X^2 - X - 2} - \frac{3}{X+1} = \frac{X+4}{(X-2)(X+1)} - \frac{3}{X+1}$$

$$= \frac{X+4-3(X-2)}{(X-2)(X+1)} = \frac{X+4-3X+6}{(X-2)(X+1)} = \frac{10-2X}{(X-2)(X+1)}$$

$$= \frac{2(5-X)}{(X-2)(X+1)}$$

مثال (15) :

$$\frac{x^2 - 9}{x^2 - 27} \times \frac{x^2 + 3x + 9}{x^2 + 6x + 9} \quad \text{بسّط المقادير} :$$

الحل :

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 + 3x + 9}{x^2 + 6x + 9} \times \frac{x^2 - 9}{x^2 - 27} = \\ & = \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)(x+3x+9)} \times \frac{(x^2 + 3x + 9)}{(x+3)^2} = \frac{1}{(x+3)} \end{aligned}$$

مثال (16) :

$$5 - \frac{5}{x+1} + \frac{10}{x^2 - 1} \quad \text{بسّط المقادير} :$$

الحل :

$$\begin{aligned} 5 - \frac{5}{x+1} + \frac{10}{x^2 - 1} &= 5 - \frac{5}{x+1} + \frac{10}{(x+1)(x-1)} = \frac{5(x-1)(x+1) - 5(x-1) + 10}{(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{5x^2 - 5 - 5x + 5 + 10}{(x+1)(x-1)} = \frac{5(x^2 + 2)}{(x+1)(x-1)} \end{aligned}$$

مثال (17) :

$$\frac{y^3 - 1}{y^3 - 1} \div \frac{y^2 + y + 1}{y^2 + 2y + 1} \quad \text{بسّط المقادير} :$$

الحل :

$$\begin{aligned} \frac{y^3 - 1}{y^2 - 1} \div \frac{y^2 + y + 1}{y^2 + 2y + 1} &= \frac{y^3 - 1}{y^2 - 1} \times \frac{y^2 + 2y + 1}{y^2 + y + 1} = \\ &= \frac{(y-1)(y^2 + y + 1)}{(y-1)(y+1)} \times \frac{y^2 + 2y + 1}{y^2 + y + 1} = (y + 1) \end{aligned}$$

مثال (18) :

$$\frac{2X+1}{X^2+2X} - \frac{3X+3}{(X+2)(X+1)} \quad \text{بسط المقادير} :$$

الحل :

$$\frac{2X+1}{X^2+2X} - \frac{3X+3}{(X+2)(X+1)} = \frac{2X+1}{X(X+2)} - \frac{3(X+1)}{(X+2)(X+1)} = \frac{(2X+1)(X+1) - 3(X+1)(X)}{X(X+1)(X+2)}$$

$$= \frac{2X^2 + 3X + 1 - 3X^2 - 3X}{X(X+1)(X+2)} = \frac{1-X}{X(X+1)(X+2)} = \frac{(1-X)(1+X)}{X(X+1)(X+2)} = \frac{(1-X)}{X(X+2)}$$

مثال (19) :

$$\frac{3}{X-2} - \frac{2}{X+2} - \frac{X}{X^2-4} \quad \text{بسط المقادير} :$$

الحل :

$$\frac{3}{X-2} - \frac{2}{X+2} - \frac{X}{X^2-4} = \frac{3}{X-2} - \frac{2}{X+2} - \frac{X}{(X-2)(X+2)} = \frac{3(X+2) - 2(X-2) - X}{(X-2)(X+2)}$$

$$= \frac{3X+6-2X+4-X}{(X-2)(X+2)} = \frac{10}{(X-2)(X+2)}$$

مثال (20) :

$$\frac{X+4}{X-3} \div \frac{2}{X+2} - \frac{X^2 - X - 2}{X^2 - 9} : \text{بسّط المقادير}$$

الحل :

$$\frac{X+4}{X-3} \div \frac{2}{X+2} - \frac{X^2 - X - 2}{X^2 - 9} =$$

$$= \left[\frac{X+4}{X-3} \times \frac{X+2}{2} \right] - \frac{X - X - 2}{X - 9} = \frac{(X+4)(X+2)^2}{2(X-3)} - \frac{(X-2)(X+1)}{(X-3)(X+3)}$$

$$= \frac{(X+3)(X+4)(X+2) - [2(X-2)(X+1)]}{2(X-3)(X+3)} =$$

$$= \frac{(X^2 + 7X + 2)(X+2) - 2X^2 + 2X + 4}{2(X-3)(X+3)}$$

$$= \frac{X^3 + 7X^2 + 2X + 2X^2 + 14X + 4 - 2X^2 + 2X + 4}{2(X+3)(X-3)} =$$

$$= \frac{X^3 + 7X^2 + 18X + 8}{2(X+3)(X-3)}$$