معادلات الدرجة الأولى في مجهولين

إذا كان لدينا

$$\alpha_1 X + b_1 y = c_1$$
$$\alpha_2 X + b_2 y = c_2$$

عند حل المعادلتين يجب دراسة الحالات الثلاث الآتية :

(1) الحالة الأولى : إذا كان :-

$$\frac{\alpha 1}{\alpha 2} = \frac{b1}{b2} \neq \frac{C1}{C2}$$

فإن المعادلتين تمثلان خطين مستقيمين متوازيين غير متقاطعين وبالتالى ليس للمعادلتين حل .

(2) الحالة الثانية : إذا كان :-

$$\frac{\alpha 1}{\alpha 2} = \frac{b1}{b2} = \frac{C1}{C2}$$

فإن المعادلتين تمثلان خطين منطبقين وفي هذه الحالة يوجد عدد لا نهائى من الحلول للمعادلتين .

(3) الحالة الثالثة : إذا كان :-

$$\frac{\alpha 1}{\alpha 2} \neq \frac{b1}{b2}$$

فإن المعادلتين تمثلان خطين متقاطعين في نقطة واحدة وبالتالي فإن للمعادلتين حل جبري وحيد.

مثال (1) :-

أوجد حل المعادلتين الآتيتين :-

$$2X + 3y - 7 = 0$$
$$4X + 6y + 9 = 0$$

الحل

$$\frac{\alpha 1}{\alpha 2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad , \quad \frac{b1}{b2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad , \quad \frac{C1}{C2} = \frac{-7}{9}$$

$$\square \frac{\alpha 1}{\alpha 2} = \frac{b1}{b2} \neq \frac{C1}{C2}$$

الخطان متوازيان وليس للمعادلتين حل .

مثال (2) :-

أوجد حل المعادلتين الآتيتين :-

$$2X + 3y + 7 = 0$$
$$6X + 9y + 21 = 0$$

الحل

$$\frac{\alpha 1}{\alpha 2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad , \quad \frac{b1}{b2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad , \quad \frac{C1}{C2} = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$$

$$\square \frac{\alpha 1}{\alpha 2} = \frac{b1}{b2} = \frac{C1}{C2}$$

ولذلك فإن الخطين منطبقين ويوجد لهم عدد لا نهائي من الحلول .

مثال (3) :-

أوجد حل المعادلتين الآتيتين :-

$$3X + y - 3 = 0$$
$$5X - y - 13 = 0$$

الحل

$$\frac{\alpha 1}{\alpha 2} = \frac{3}{5} \quad , \quad \frac{b1}{b2} = -1$$

$$\frac{\alpha 1}{\alpha 2} \neq \frac{b1}{b2}$$

الخطان متقاطعان ويوجد لهم حل وحيد .

Top

طرق حل معادلات الدرجة الأولى في مجهولين

أولاً :- طريقه التعويض

1- نوجد قيمة x بدلالة من إحدى المعادلتين .
2- نعوض بقيمة x في المعادلة الأخرى فنحصل على معادلة من الدرجة الأولى في مجهول واحد .
3- نحل المعادلة فنحصل على قيمة y (أو قيمة x)
4- نعوض من قيمة y في أي من المعادلتين فنحصل على قيمة x .
5- نتأكد من أن قيمة الحل تحقق المعادلتين .

ثانياً :- طريقة الحذف

1- نجعل معاملي أحد المجهولين x أو y متساويين في المعادلتين مع اختلاف إشاراتهم عن طريق ضرب أحد المعادلتين أو كليهما في عدد ثابت .
2- نجمع المعادلتين فنحصل على معادلة في مجهول واحد .
3- نحل المعادلة في مجهول واحد فنحصل على قيمة أحد المجاهيل .
4- نعوض بتلك القيمة في أي من المعادلتين فنحصل على المجهول الآخر .

مثال (1)

حل المعادلتين الآتيتين :

$$x + 2y = 8 \qquad (1)$$
$$-x - 3y = -13 \qquad (2)$$

الحل:-

$$\frac{\alpha 1}{\alpha 2} \neq \frac{b1}{b2}$$

المعادلتين لهم حل وحيد .

أولاً : بـ طريقة التعويض

من المعادلة (1) نجد أن : $x = 8 - 2y$

ثم نعوض في المعادلة (2) :

$-(8 - 2y) - 3y = -13 \longrightarrow -8 + 2y - 3y = -13$

$-y = -13 + 8 \longrightarrow -y = -5 \longrightarrow y = 5$

ثم نعوض عن قيمة y في المعادلة (1) نجد أن : $x = 8 - 10 = -2$

الحل الوحيد للمعادلة هو : $x = -2 \quad , \quad y = 5$

ثانياً : بـ طريقة الحـــــــــذف

نلاحظ أن معاملي x في المعادلتين متساوي مع اختلاف الإشارات لذلك نجمع المعادلتين :

$$\begin{array}{r} \cancel{X} + 2y = 8 \\ \cancel{-X} - 3y = -13 \\ \hline -y = -5 \end{array} \longrightarrow y = 5$$

ثم نعوض في أحد المعادلتين لإيجاد قيمة x :

نعوض في (1) :

$X + 10 = 8 \longrightarrow X = 8 - 10 \longrightarrow X = -2$

إذاً الحل الوحيد للمعادلة هو : $X = -2 \quad , \quad y = 5$

مثال (2) :

حل المعادلتين الآتيتين : $2\alpha + 5b = -21$ (1)

$7\alpha - 3b = -12$ (2)

الحل :

$$\frac{\alpha 1}{\alpha 2} \neq \frac{b1}{b2}$$

المعادلتين لهم حل وحيد .

باستخدام طريقة الحـــــــــذف :-

بضرب المعادلة (1) في (7) و(2) في (-2) والجمع :-

$$\cancel{14\alpha} + 35b = -147$$
$$\underline{\cancel{-14\alpha} + 6b = 24}$$
$$41b = -123$$
$$\frac{41b}{41} = \frac{-123}{41} \qquad b = -3$$

بالتعويض في المعادلة (1) لإيجاد قيمة α وبالتعويض عن $b = -3$

$$2\alpha = -21 - 5(-3)$$
$$2\alpha = -21 + 15$$
$$\frac{2\alpha}{2} = \frac{-6}{2} \qquad \alpha = -3$$

الحل الو حيد لهذه المعادلة هو : $\alpha = -3$. $b = -3$

مثال (3) :

حل المعادلتين الآتيتين :

$$3x + y = 3 \quad (1)$$
$$5x - y = 13 \quad (2)$$

الحل:-

باستخدام طريقة الحـــــــــــذف :

بجمع المعادلتين (1) ، (2) نحصل على :-

$$\begin{array}{r} 3x + y = 3 \\ + \\ 5x - y = 13 \\ \hline 8x = 16 \end{array}$$

$$x = \frac{16}{8} = 2 \longrightarrow x = 2$$

بالتعويض في المعادلة (1) نحصل على :-

$$6 + y = 3$$
$$y = 3 - 6$$
$$y = -3$$

الحل الوحيد للمعادلة هو :- $x = 2 \quad , \quad y = -3$

مثال (4) :

حل المعادلتين الآتيتين :

$$4x + 3y = 3 \quad (1)$$
$$3x + 4y = 11 \quad (2)$$

الحل:-

باستخدام طريقة الحـــــــذف :

بضرب المعادلة (1) في (-3) و (2) في (4) والجمع :-

$$-12x - 9y = -9$$
$$12x + 16y = 44$$

$$7y = 35 \longrightarrow y = \frac{35}{7} = 5 \longrightarrow y = 5$$

بالتعويض في المعادلة (1) لإيجاد قيمة x :-

$$4x = 3 - 3(5) \longrightarrow 4x = 3 - 15 \longrightarrow \frac{4x}{4} = \frac{-12}{4} \quad x = -3$$

الحل الوحيد للمعادلة هو :- $y = 5 \quad , \quad x = -3$

مثال (5) :

حل المعادلتين الآتيتين :

$$3r + 4t = 20 \quad (1)$$
$$-2r - 3t = -13 \quad (2)$$

الحل:-

باستخدام طريقة الحـــــــــذف :

بضرب المعادلة (1) في (-2) و (2) في (3) والجمع :-

$$\begin{array}{r} +6r + 8t = +40 \\ -6r - 9t = -39 \\ \hline -t = 1 \end{array} \longrightarrow t = -1$$

بالتعويض في المعادلة (1) لإيجاد قيمة r :-

$$3r - 4 = 20 \longrightarrow 3r = 20 + 4 \longrightarrow 3r = 24 \longrightarrow r = 8$$

الحل الوحيد للمعادلة هو :- $r = 8 \quad , \quad t = -1$

مثال (6) :

حل المعادلتين الآتيتين :

$$2x - 3y = 1 \quad (1)$$
$$x + 4y = 2 \quad (2)$$

الحل:-

باستخدام طريقة الحـــــــــذف :

بضرب المعادلة (2) في (-2) والجمع مع (1) :-

$$\cancel{2x} - 3y = 1$$
$$\cancel{-2x} - 8y = -4$$
$$-11y = -3 \longrightarrow y = \frac{3}{11}$$

بالتعويض في المعادلة (2) لإيجاد قيمة x :-

$$x = 2 - 4 \times \frac{3}{11} = 2 - \frac{12}{11} \longrightarrow x = \frac{22-12}{11} = \frac{10}{11}$$

الحل الوحيد للمعادلة هو : $x = \frac{10}{11}$, $y = \frac{3}{11}$

مثال (7)

حل المعادلتين الآتيتين :

$$3x - 5y = 1 \quad (1)$$
$$2x + 4y = 2 \quad (2)$$

الحل:-

باستخدام طريقة الحـــــــــذف :

نضرب المعادلة (1) في (2) والمعادلة (2) في (3) والجمع :

$$-6\cancel{x} + 10y = -2$$
$$\underline{6x + 12y = 6}$$
$$22y = 4 \longrightarrow y = \frac{4}{22} = \frac{2}{11}$$

بالتعويض عن قيمة y في المعادلة (2) لإيجاد قيمة x :

$$2x + (4 \times \frac{2}{11}) = 2$$

$$2x = 2 - \frac{8}{11} = \frac{22-8}{11} = \frac{14}{11} \longrightarrow x = \frac{14}{11} \times \frac{1}{2} = \frac{14}{22}$$

الحل الوحيد لهذه المعادلة هو : $\mathbf{y = \frac{2}{11}}$, $\mathbf{x = \frac{14}{22}}$

مثال (8) :

حل المعادلتين الآتيتين : $3x + 2y = 4$ (1)

$2x - y = 5$ (2)

الحل:-

باستخدام طريقة التعـويـض :

من المعادلة (2) نجد أن : $(y = 2x - 5)$

ثم نعـوض في المعادلة (1) عن قيمة y :

$3x + 2(2x - 5) = 4 \longrightarrow 3x + 4x - 10 = 4 \longrightarrow 7x = 14$

$x = 2$

ثم نعوض في المعادلة : $y = 2x - 5$ عن قيمة x لإيجاد y :

$y = 2 \times 2 - 5 = 4 - 5 = -1$

الحل الوحيد للمعادلتين هو : $x = 2 \quad , \quad y = -1$

مثال (9) :

حل المعادلتين الآتيتين :

$$4x + 2y = 5 \quad (1)$$
$$5x - 3y = -2 \quad (2)$$

الحل:-

باستخدام طريقة الحـــــــذف :

بضرب المعادلة (1) في (-5) والمعادلة (2) في (4) والجمع :

$$\cancel{-20x} - 10y = -25$$
$$\cancel{20x} - 12y = -8$$

$$-22y = -33 \longrightarrow y = \frac{33}{22} = \frac{3}{2} \longrightarrow y = \frac{3}{2}$$

بالتعويض في المعادلة (1) لإيجاد قيمة x :

$$4x + (2 \times \frac{3}{2}) = 5 \longrightarrow 4x = 5 - 3 = 2 \longrightarrow x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

الحل الوحيد للمعادلتين هو : $x = \frac{1}{2} \quad , \quad y = \frac{3}{2}$

مثال (10) :

حل المعادلتين الآتيتين :

$$x + 2y = 4 \quad (1)$$
$$2x + 3y = 7 \quad (2)$$

الحل:-

باستخدام طريقة التعويض :

من المعادلة (1) نجد أن : $x = 4 - 2y$

وبالتعويض من (1) في (2) نجد أن :

$$2(4 - 2y) + 3y = 7 \longrightarrow 8 - 4y + 3y = 7 \longrightarrow 8 - y = 7$$

$$y = 8 - 7 = 1 \longrightarrow y = 1$$

بالتعويض في المعادلة (1) عن قيمة : $y = 1$

$$x = 4 - 2 = 2 \longrightarrow x = 2$$

الحل الوحيد للمعادلتين هو : $x = 2 \quad , \quad y = 1$

مثال (11):

حل المعادلتين الآتيتين : $x + y = 3 \quad (1)$

$x - y = 1 \quad (2)$

الحل:-

باستخدام طريقة الحـــــــذف :

بجمع المعادلتين (1) ، (2) نحصل على :

$$\begin{array}{r} x + \cancel{y} = 3 \\ x - \cancel{y} = 1 \\ \hline 2x = 4 \end{array} \longrightarrow x = 2$$

بالتعويض في (1) نحصل على :

$y = 3 - 2 = 1 \longrightarrow y = 1$

مثال (12):

حل المعادلتين الآتيتين : $3x + y = 4 \quad (1)$

$2x - y = 1 \quad (2)$

الحل:-

باستخدام طريقة الحـــــــذف :

بجمع المعادلتين (1) ، (2) نحصل على :

$$\begin{array}{r} 3x + \cancel{y} = 4 \\ 2x - \cancel{y} = 1 \\ \hline 5x = 5 \end{array} \longrightarrow x = 1$$

بالتعويض في (1) نحصل على :

$y = 4 - 3(1) = 4 - 3 = 1 \longrightarrow y = 1$

مثال (13)

حل المعادلتين الآتيتين :

$$3x + 2y = 3 \quad (1)$$
$$2x - 4y = 2 \quad (2)$$

الحل:-

باستخدام طريقة الحـــــذف :

بضرب المعادلة (1) في (2) والجمع مع المعادلة (2) :

$$6x + \cancel{4y} = 6$$
$$2x - \cancel{4y} = 2$$
$$8x = 8 \longrightarrow x = 1$$

بالتعويض في (1) عن $x = 1$:

$$3 + 2y = 3 \longrightarrow 2y = 3 - 3 = 0 \qquad y = 0$$

مثال (14)

حل المعادلتين الآتيتين :

$$x - 10y = -2 \quad (1)$$
$$x - 4y = 1 \quad (2)$$

الحل:-

باستخدام طريقة الحـــــذف :

بضرب المعادلة (1) في (-1) والجمع مع (2) :

$$-\cancel{x} + 10y = 2$$
$$\cancel{x} - 4y = 1$$
$$6y = 3 \longrightarrow y = \frac{1}{2}$$

بالتعويض في المعادلة (2) عن قيمة $y = \frac{1}{2}$:

$$x - 4(0.5) = 1 \longrightarrow x = 1 + 2 \longrightarrow x = 3$$

مثال (15) :

حل المعادلتين الآتيتين :

$4x + y = -5$ (1)

$x + 2y = 4$ (2)

الحل:-

باستخدام طريقة التعويض :

من المعادلة (1) نجد أن : $y = -5 - 4x$

وبالتعويض في المعادلة (2) عن قيمة y :

$x + 2(-5 - 4x) = 4 \longrightarrow x - 10 - 8x = 4 \longrightarrow -7x = 4 + 10$

$-7x = 14 \longrightarrow x = -2$

بالتعويض في (1) :

$y = -5 - 4(-2) = 3 \longrightarrow y = 3$

مثال (16) :

حل المعادلتين الآتيتين :

$3x - 4y = 2$ (1)

$x + y = 1$ (2)

الحل:-

باستخدام طريقة التعويض :

من المعادلة (2) نجد أن : $x = 1 - y$

بالتعويض في (1) :

$3(1 - y) - 4y = 2 \longrightarrow 3 - 3y - 4y = 2$

$-7y = 2 - 3 = -1 \longrightarrow y = \frac{1}{7}$

بالتعويض في (2) :

$x = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$

$y = \frac{1}{7} \quad , \quad x = \frac{6}{7}$

مثال (17):

حل المعادلتين الآتيتين : $5x + 2y = 3 \quad (1)$

$2x - 4y = -1 \quad (2)$

الحل:-

باستخدام طريقة الحـــــــذف :

بضرب المعادلة (1) في (2) والجمع مع المعادلة (2)

$$10x + 4\cancel{y} = 6$$

$$\underline{2x - 4y = -1}$$

$$12x = 5 \longrightarrow x = \frac{5}{12}$$

بالتعويض في المعادلة (2) عن $x = \frac{5}{12}$:

$$2 \cdot \frac{5}{12} - 4y = -1 \longrightarrow -4y = -1 - \frac{5}{6} \longrightarrow = \frac{-11}{6} \cdot \frac{-1}{4}$$

$$y = \frac{11}{24}$$

مثال (18)

أوجد قيمة x في المعادلة التاليه:-

$$\sqrt{x+3} = 2$$

الحل:-

بتربيع الطرفين نحصل على : ب

$x + 3 = 4 \longrightarrow x = 4 - 3 \longrightarrow x = 1$

مثال (19)

أوجد قيمة x في المعادلة التاليه:-

$$\sqrt{3x-1} - 3 = -1$$

الحل:-

بتربيع الطرفين نحصل على :-

$$(\sqrt{3x-1} - 3)^2 = 1 \longrightarrow (3x - 1) - 6\sqrt{3x-1} + 9 = 1$$

$$\frac{-6\sqrt{3X-1}}{-6} = 1 - 9 - 3x + 1 = \frac{3X-7}{-6}$$

$$\sqrt{3x-1} = \frac{1}{2}x + \frac{7}{6}$$

$$\sqrt{3x-1} = \frac{1}{2}x + \frac{7}{6}$$

بتربيع الطرفين نحصل على :-

$$3x - 1 = (\frac{1}{2}x + \frac{7}{6})^2$$

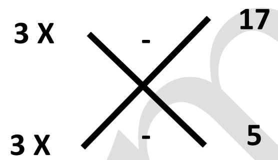
$$3x - 1 = \frac{1}{4}x^2 + \frac{7}{6}x + \frac{49}{36}$$

$$\frac{1}{4}x^2 + \left(\frac{7}{6} - 3\right)x + \frac{49}{36} + 1 = 0$$

$$\frac{1}{4}x^2 + \frac{-11}{6}x + \frac{85}{36} = 0$$

بالضرب × 36

$$\cancel{36} \cdot \frac{1}{\cancel{4}}x^2 + \frac{-11}{\cancel{6}} \cdot \cancel{36}\,x + \frac{85}{\cancel{36}} \cdot \cancel{36} = 0$$



$$9x^2 - 66x + 85 = 0$$

$$= (3x - 17)(3x - 5) = 0$$

$3x = 17$ $\qquad$ $3x = 5$ $\qquad$ $x = \frac{17}{3}$ or $\frac{5}{3}$

=====================================

Top Team

مثال (20)

أوجد قيمة x في المعادله التاليه:-

$$\frac{2X-1}{3} + \frac{1}{4} = 0$$

الحل : -

$$\frac{2X-1}{3} = -\frac{1}{4}$$

$$4(2x-1) = -3 \longrightarrow 8x - 4 = -3 \longrightarrow 8x = -3 + 4 = 1$$

$$x = \frac{1}{8}$$

مثال (21)

أوجد قيمة x في المعادله التاليه:-

$$\frac{X+2}{6} + \frac{X-3}{2} = 0$$

الحل :-

$$\frac{X+2}{6} = -\frac{(X-3)}{2}$$

$$-6(x-3) = 2(x+2) \longrightarrow -6x + 18 = 2x + 4$$

$$-6x - 2x = 4 - 18 \longrightarrow \frac{-8X}{-8} = \frac{-14}{-8} \longrightarrow x = \frac{7}{4}$$

اختر الاجابه الصحيحه

(1) إذا كانت $(9x = 9)$ فإن قيمة x ....

(A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) 20

(2) حل النظام $(2x - y = 3 \quad , \quad 3x + y = 2)$ هو ....

(A) $x = 1 \quad , \quad y = -1$
(C) $x = -1 \quad , \quad y = -1$
(B) $x = -1 \quad , \quad y = 1$
(D) $x = 1 \quad , \quad y = 1$

(3) إذا كان $(-2x - 15 = -3x)$ فإن قيمة x ....

(A) 15 (B) 3 (C) 5 (D) -3

(4) حل النظام $(9x + 3y = 15 \quad , \quad 2x - 3y = 7)$ هو........

(A) $x = -1 \quad , \quad y = -2$
(C) $x = -2 \quad , \quad y = -1$
(B) $x = 2 \quad , \quad y = -1$
(D) $x = 1 \quad , \quad y = 2$

(5) حل المعادلة : $(7x - 4 = 7 - 4x)$ هو ....

(A) 0 (B) 1 (C) 7 (D) 1

(6) حل المعادلة : $(3x = x)$ هو ....

(A) 0 (B) -1 (C) 3 (D) 1

(7) إذا كانت $(x + 2y = 4 \quad , \quad -x + y = 5)$ فإن ....

(A) $y = 1 , x = -2$ (B) $y = 3 , x = -2$ (C) $y = 2 , x = -2$

Top Team