

معادلات الدرجة الثانية

حل معادلات الدرجة الثانية في مجهول واحد جبريا

معادله الدرجة الثانية تكون على الصورة:-

$$ax^2+bx+c=0$$

حيث (a,b,c) اعداد حقيقية ، $a \neq 0$
 حلها يعطي من القانون العام وهو:-

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

حيث

(b^2-4ac) يسمى المميز ويوجد ثلاث حالات للحل :-

1. اذا كان ($b^2-4ac < 0$) فان المعادلة لها جذران حقيقتان مختلفان.
2. اذا كان ($b^2-4ac = 0$) فان المعادلة لها جذران حقيقتان متساويان.
3. اذا كان ($b^2-4ac > 0$) فان المعادلة ليس لها جذور حقيقية.

مثال 1

حل المعادله:-

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

الحل

$$a = 1 \quad , \quad b = -3 \quad , \quad c = 2$$

نحسب المميز:-

$$b^2 - 4ac = 9 - 4(1)(2) = 1 > 0$$

∴ المعادله لها جذران حقيقيان مختلفان :-

باستخدام القانون العام :-

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{3 \pm 1}{2}$$

∴ الجذران هما :-

$$x_1 = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{3-1}{2} = 1$$

∴ الجذران هما 2, 1

مثال 2

حل المعادله:-

$$x^2 = -2x - 1$$

الحل

نضع المعادلة علي الصورة $x^2 + 2x + 1 = 0$

$$a = 1, \quad b = 2, \quad c = 1$$

$$b^2 - 4ac = 4 - 4 = 0$$

∴ المعادلة لها جذران متساويان :-

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{2} = -1$$

الجذران هما :- $x_1 = -1, x_2 = -1$

مثال 3

حل المعادله:-

$$2x^2 + 2x = 1$$

$$a=2 \quad , \quad b=2 \quad , \quad c=-1$$

نحسب المميز :-

$$b^2-4ac = 4-4(2)(-1) = 4+8 = 12 > 0$$

المعادلة لها جذران حقيقيان مختلفان هما :-

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$X_1 = \frac{-2 + \sqrt{12}}{4} = \frac{-1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3} = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$$

$$X_2 = \frac{-2 - \sqrt{12}}{4} = \frac{-2 - 2\sqrt{3}}{4} = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2}$$

مثال (4) :- حل المعادلة

$$X^2 + x + 5 = 0$$

الحل :-

باستخدام القانون العام

$$X^2 + x + 5 = 0$$

$$a = 1 \quad , \quad b = 1 \quad , \quad c = 5$$

نحسب المميز

$$b^2-4ac = 1-4(5) = 1-20 = -19 < 0$$

المعادلة ليس لها حل حقيقي لان المميز اقل من الصفر (اي سالب الاشارة)

مثال (5):- حل المعادله

$$x^2 - 7x = 0$$

الحل:-

باستخدام القانون العام :-

$$a = 1 \quad , \quad b = -7 \quad , \quad c = 0$$

لذلك يكون حل المعادله هو:-

$$x(x-7) = 0 \rightarrow x = 0 \quad , \quad x = 7$$

الجزران هما:- 7, 0

مثال (6):- حل المعادله

$$4x^2 - 25 = 0$$

الحل:-

$$a = 4 \quad , \quad b = 0 \quad , \quad c = -25$$

باستخدام تحليل الفرق بين مربعين:-

$$4x^2 - 25 = 0$$

$$(2x-5)(2x+5) = 0$$

$$x_1 = \frac{5}{2} \quad , \quad x_2 = \frac{-5}{2}$$

الجزران هما:-

مثال (7):- حل المعادله

$$3x^2+5x-2=0$$

الحل:-

باستخدام القانون العام

$$a = 3 \quad , \quad b = 5 \quad , \quad c = -2$$

نحسب المميز

$$b^2 - 4ac = 25 - 4(3)(-2) = 25 + 24 = 49 > 0$$

المعادله لها حلان مختلفان هما :-

$$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{49}}{6} = \frac{-5 + 7}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$x_2 = \frac{-5 - \sqrt{49}}{6} = \frac{-5 - 7}{6} = \frac{-12}{6} = -2$$

مثال (8):- حل المعادله

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

الحل:-

باستخدام التحليل :-

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

$$x = 3 \quad , \quad x = -1$$

الجذران هما 3 , -1

مثال (9):- حل المعادلة

$$x^2 = 1 - 4x$$

الحل:-

نضع المعادلة على الصورة:-

$$x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$x^2 + 4x - 1 = 0$$

باستخدام القانون العام:-

$$a = 1, \quad b = 4, \quad c = -1$$

نحسب المميز $(b^2 - 4ac)$:-

$$(b^2 - 4ac) = 16 - 4(-1) = 16 + 4 = 20 > 0$$

المعادلة لها حلان مختلفان هما:-

$$x_1 = \frac{-4 + \sqrt{20}}{2} = -2 + \sqrt{5}$$

$$x_2 = \frac{-4 - \sqrt{20}}{2} = -2 - \sqrt{5}$$

حل معادلات الدرجة الثانية في صورته كسر

مثال (1) :- حل المعادله

$$\frac{x-1}{3} = \frac{4}{x}$$

الحل :-

باستخدام حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

$$\frac{x-1}{3} = \frac{4}{x}$$

$$x(x-1) = 12$$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

باستخدام القانون العام :-

$$a = 1, \quad b = -1, \quad c = -12$$

نحسب المميز $(b^2 - 4ac)$:-

$$b^2 - 4ac = 1 - 4(1)(-12) = 1 + 48 = 49 > 0$$

∴ المعادلة لها جذران مختلفان :-

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{49}}{2} = \frac{1 + 7}{2} = 4$$

$$x_2 = \frac{1 - \sqrt{49}}{2} = \frac{1 - 7}{2} = -3$$

مثال (2) :- حل المعادله

$$\frac{2x}{3} + \frac{x^2 - 5}{6} = 0$$

الحل :-

بضرب طرفي المعادله في (6) :-

$$6 \cdot \frac{2x}{3} + 6 \cdot \frac{x^2 - 5}{6} = 0$$

$$4x + x^2 - 5 = 0$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

باستخدام تحليل المقدار الثلاثي :-

$$(x+5)(x-1)$$

$$x = -5 , x = 1$$

∴ الجذران هما :- 1 , -5

حل معادلات الدرجة الثانية في صورته جذر

مثال (1) :- حل المعادله

$$\sqrt{2x - 9} = x - 4$$

الحل :-

بتربيع الطرفين :-

$$(\sqrt{2x - 9})^2 = (x - 4)^2$$

$$2x - 9 = x^2 - 8x + 16$$

$$x^2 - 10x + 25 = 0$$

باستخدام المربع الكامل :-

$$(x - 5)(x - 5)$$

الجذران هما :- 5 , 5

مثال (2):- حل المعادله

$$\sqrt{x^2 - 3x} = 2$$

الحل:-

بتربيع الطرفين:-

$$x^2 - 3x = 4$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x-4)(x+1)$$

$$x=4 , x=-1$$

الجذران هما :- -1 , 4

مثال (3):- حل المعادله

$$\sqrt{x+5} = x+3$$

الحل:-

بتربيع الطرفين:-

$$(x+5) = (x^2 + 6x + 9)$$

$$x^2 + 5x + 4 = 0$$

$$(x+4)(x+1) = 0$$

$$x = -4 , x = -1$$

الجذران هما :- -1 , -4

حل معادلات الدرجة الثانية في مجهول واحد
بيانيا

1. نكتب المعادلة على الصورة $(y=ax^2+bx+c)$.
2. نرسم المنحني .
3. حل المعادلة هو الاحداثي لنقاط التقاطع مع محور x .

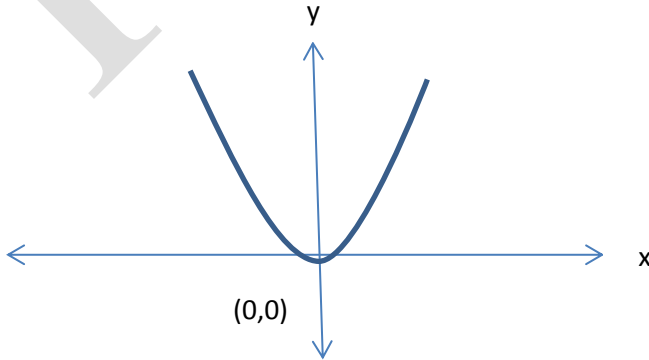
مثال (1):- حل المعادلة الاتية بيانيا

$$x^2+a=0$$

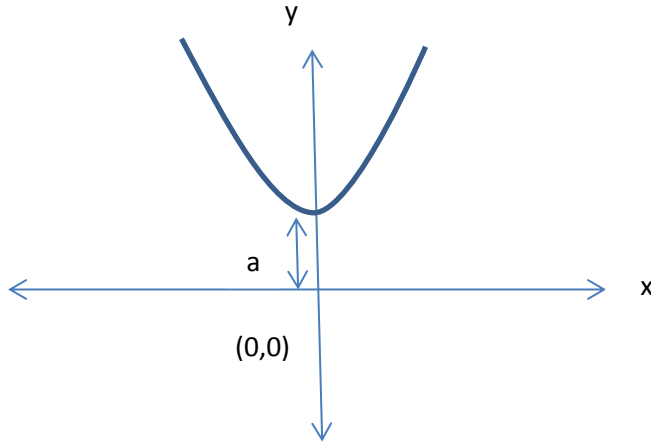
الحل:-

نكتب المعادلة علي الصورة $(y=x^2+a)$
نرسم المنحني في الحالات الاتية :-

1. اذا كانت $a=0$ فان المنحني يمر بنقطة الاصل ويكون الحل هو $x=0$.

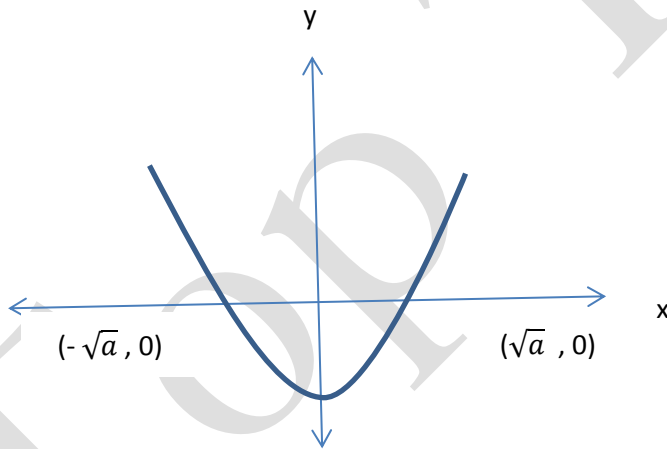


2. إذا كانت $a > 0$ فإن المنحني يكون:-



وفي هذه الحالة لا يوجد حل للمعادلة في R لأن المنحني لا يقطع محور x في أي نقطة.

3. إذا كانت $a < 0$ فإن المنحني يكون:-



وفي هذه الحالة الحل هونقاط التقاطع مع محور x وحل المعادلة هو :-

$$x_1 = \sqrt{a} \quad , \quad x_2 = -\sqrt{a}$$

مثال (2):- حل المعادلة الآتية بيانيا

$$x^2 - 36 = 0$$

الحل:-

نكتب المعادلة علي الصورة $(y = x^2 - 36)$

$$x^2 - 36 = 0$$

$$x = \pm 6$$

$$x_1 = -6, \quad x_2 = 6$$

حل المعادلة هو:-

