الدوال الجبرية

هي أي دالة مكونة من كثيرات حدود مع استخدام عمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة والجذر

أنواع الدوال الجبرية:

1. دالة كثيرة الحدود

هي الدالة التي معادلتها على الصورة

$$y = F(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \cdots a_1 x + a_0$$

حيث

$$a_0 , a_1 , a_2 \dots a_n \in R$$

$$a_n \neq 0$$

n عدد صحيح أكبر من أو يساوي الصفر .

n تسمى درجة الدالة .

والمجال هو $R = (-\infty, \infty)$

Top Team

مثال 1

هل الدوال الآتية تعتبر كثيرات حدود وان كانت فعين نوعها .

1. $y = F(x) = a_0$

هذه الدالة كثيرة حدود من الدرجة الصفرية $n = 0$

2. $y = F(x) = 7$

دالة كثيرة حدود من الدرجة الصفرية وتسمى الدالة الثابتة $n = 0$

3. $y = F(x) = x - 1$

دالة كثيرة حدود من الدرجة الأولى حيث $n = 1$ وتسمى الدالة الخطية .

4. $y = F(x) = \sqrt{x} + x^2 + 1$

الدالة ليست كثيرة حدود لوجود الحد $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ حيث أن الأس ليس عددا صحيحا .

5. $y = F(x) = \frac{x^{-2}}{5} + x^3 + 3$

الدالة ليست كثيرة حدود لوجود x^{-2} حيث أن الأس عدد صحيح سالب .

6 $.y = F(x) = \sqrt{3}x^3 - 2x + 1$

الدالة هنا كثيرة حدود من الدرجة الثالثة وتسمى الدالة التكعيبية .

7. $y = F(x) = \frac{2}{5}x^2 + 7$

Top Team

دالة كثيرة حدود من الدرجة الثانية وتسمى الدالة التربيعية .

8. $y = F(x) = x$

دالة كثيرة حدود من الدرجة الأولى وتسمى دالة الوحدة .

ومجال جميع الدوال كثيرات الحدود هنا هو $R = (-\infty, \infty)$

مثال 2

اذا كانت $F(x) = x + 3$ **أوجد قيمة الدالة عند**

$x = 0 , x = 1 , x = 2 , x = -1 , x = -2 , x = -3$

الحل

1. قيمة $F(x)$ عند $x = 0$: $F(0) = 0 + 3 = 3$
2. قيمة F(x) عند $x = 1$: $F(1) = 1 + 3 = 4$
3. قيمة F(x) عند $x = 2$: $F(2) = 2 + 3 = 5$
4. قيمة F(x) عند $x = -1$: $F(-1) = -1 + 3 = 2$
5. قيمة F(x) عند $x = -2$: $F(-2) = -2 + 3 = 1$
6. قيمة F(x) عند $x = -3$: $F(-3) = -3 + 3 = 0$

Top Team

2. دالة المقياس (دالة القيمة المطلقة)

دالة المقياس :

هي الدالة التي معادلتهما على الصورة $y = |g(x)|$

حيث $g(x)$ دالة كثيرة الحدود .

ومجالها هو $R = (-\infty, \infty)$

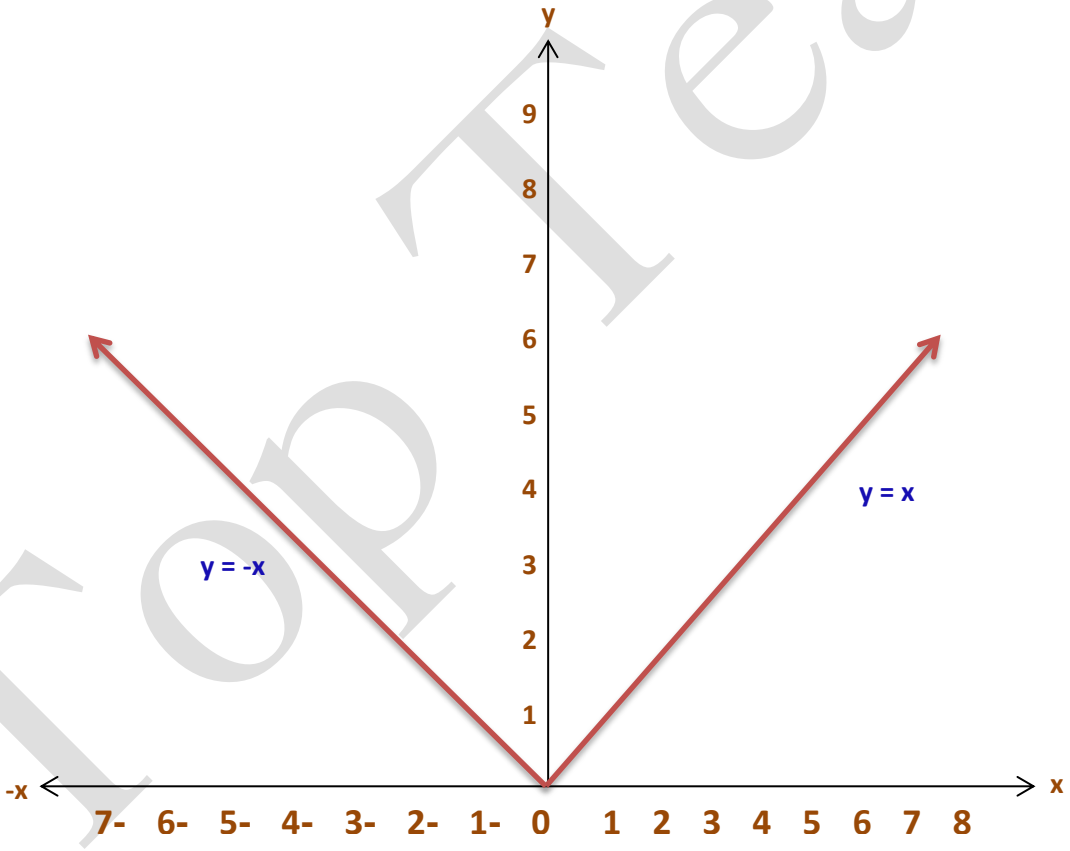
ومداها هو $R^+ = [0, \infty)$

مثال 3

ارسم منحنى الدالة $y = |x| = \begin{cases} x, x \geq 0 \\ -x, x < 0 \end{cases}$

الحل

نقط التقاطع هنا هي $(0,0)$



المجال هو $R = (-\infty, \infty)$

والمدى هو $R^+ = [0, \infty)$

Top Team

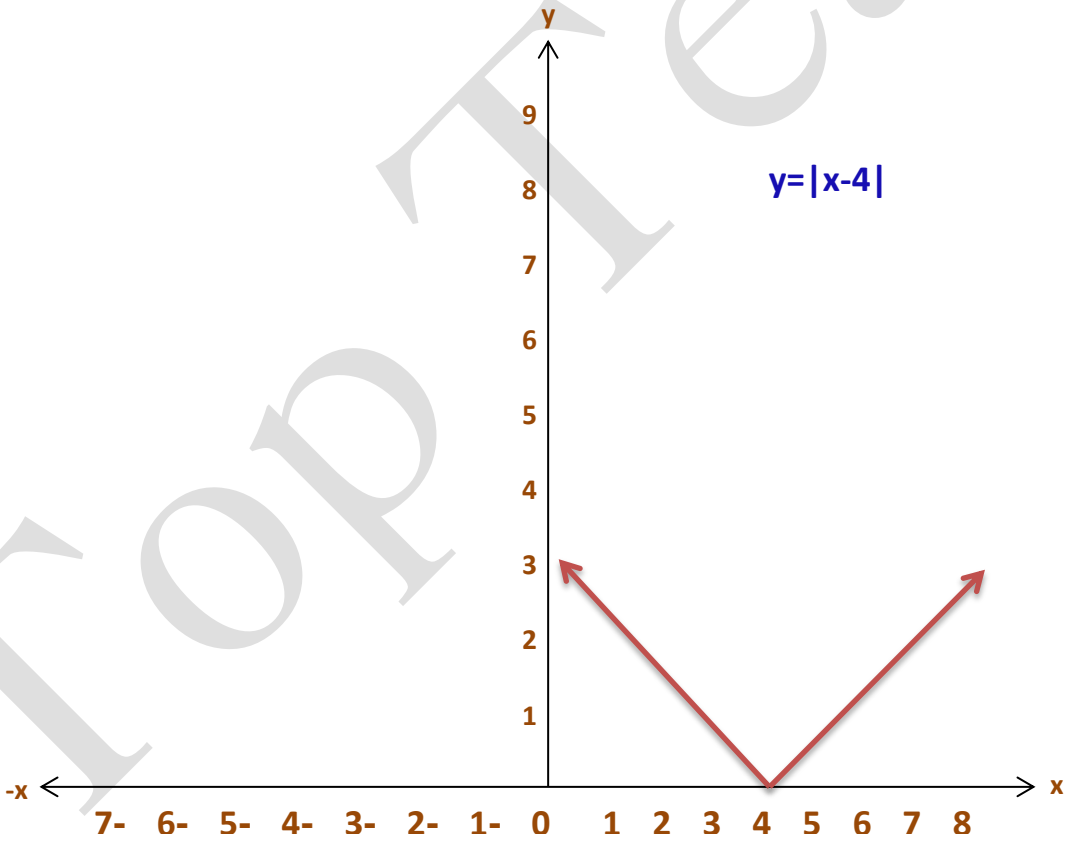
مثال 4

ارسم منحنى الدالة $y = F(x) = |x - y|$

الحل

$$F(x) = \begin{cases} x - 4\,, & x \geq 4 \\ -(x - 4)\,, & x < 4 \end{cases}$$

نقط التقاطع هي $(4,0)$



المجال هو $R = (-\infty, \infty)$

والمدى هو $R^+ = [0, \infty)$

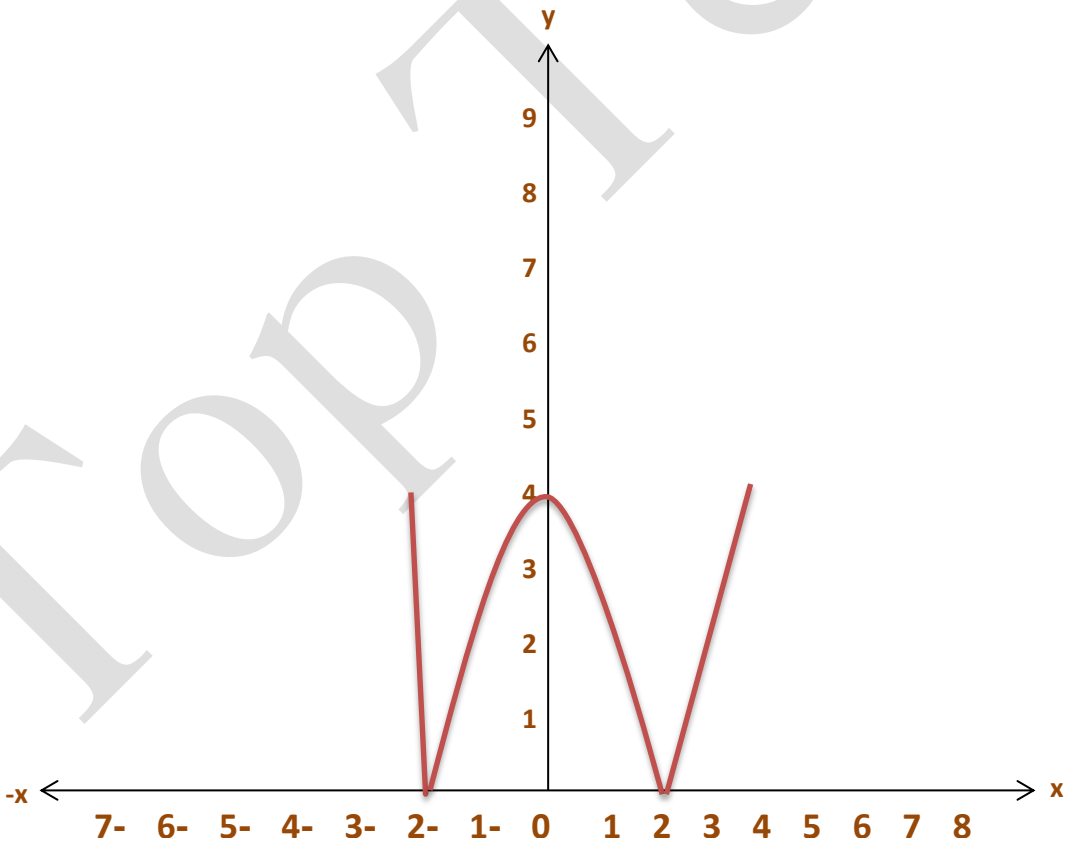
Top Team

مثال 5

ارسم منحنى الدالة $y = F(x) = |x^2 - 4|$

الحل

$$y = F(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & x \le -2, \ x \ge 2 \\ -(x^2 - 4), & -2 < x < 2 \end{cases}$$



المجال هو $R = (-\infty, \infty)$

والمدى هو $R^+ = [0, \infty)$

Top Team

3.الدالة الكسرية

الدالة الكسرية :

هي الدالة التي معادلتها على الصورة

$$y = F(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$$

حيث $g(x)$, $h(x)$ كثيرات حدود .

ومجال الدالة الكسرية هو جميع الأعداد الحقيقية ماعدا قيم x التي تجعل $h(x) = 0$.

والمجال هو R-{أصفار المقام}

Top Team

مثال 6

لماذا الدوال الآتية غير كسرية

$$1.\ F(x) = \frac{\sqrt{x} - 3}{x + 1}$$

هذه دالة غير كسرية لأن البسط لا يمثل دالة كثيرة حدود لاحتوائه على $\sqrt{x}$.

$$2.\ F(x) = \frac{x^3 - 2}{x^{5/2} + 7}$$

هذه دالة غير كسرية لأن المقام لا يمثل كثيرة حدود لاحتوائه على $x^{5/2}$

$$3.\ F(x) = \frac{|x^2 + 5|}{2x + 3}$$

هذه الدالة غير كسرية لأن البسط لا يمثل كثيرة حدود لاحتوائه على المقياس .

Top Team

مثال 7

أوجد قيمة الدوال الآتية عند قيم x المعطاة

$$1.\ F(x)=\frac{2x^2-5}{x-2} \quad , \quad (x=0\ ,1\ ,2\ )$$

الحل

$$F(0)=\frac{2(0)-5}{(0)-2}=\frac{-5}{2}=\frac{5}{2} \quad \Leftarrow \quad x=0 \quad \text{عندما}$$

$$F(1)=\frac{2-5}{1-2}=\frac{-3}{-1}=3 \quad \Leftarrow \quad x=1 \quad \text{عندما}$$

$$F(x)=\frac{2(2)^2-5}{2-2}=\frac{8-5}{2-2}=\frac{3}{0} \quad \text{غير معرفة} \qquad x=2 \quad \text{عندما}$$

Top Team

$$3.\ g(x) = \frac{x-5}{x^3+8} \quad , \quad (x = -2\ ,0\ ,1\ )$$

الحل

$$g(-2) = \frac{-2-5}{(-2)^3+8} = \frac{-7}{-8+8} = \frac{-7}{0}$$ عندما $x = -2$

$$g(0) = \frac{0-5}{0+8} = \frac{-5}{8}$$ عندما $x = 0$

$$g(1) = \frac{1-5}{1+8} = \frac{-4}{9}$$ عندما $x = 1$

Top Team

لايجاد المجال للدالة الكسرية نتبع الآتي

1. نساوي المقام بالصفر .
2. نحلل المقام اذا لزم الأمر ذلك .
3. نوجدر قيم x التي تجعل المقام = الصفر .
4. المجال هو {أصفار المقام} – R

Top Exam

مثال 8

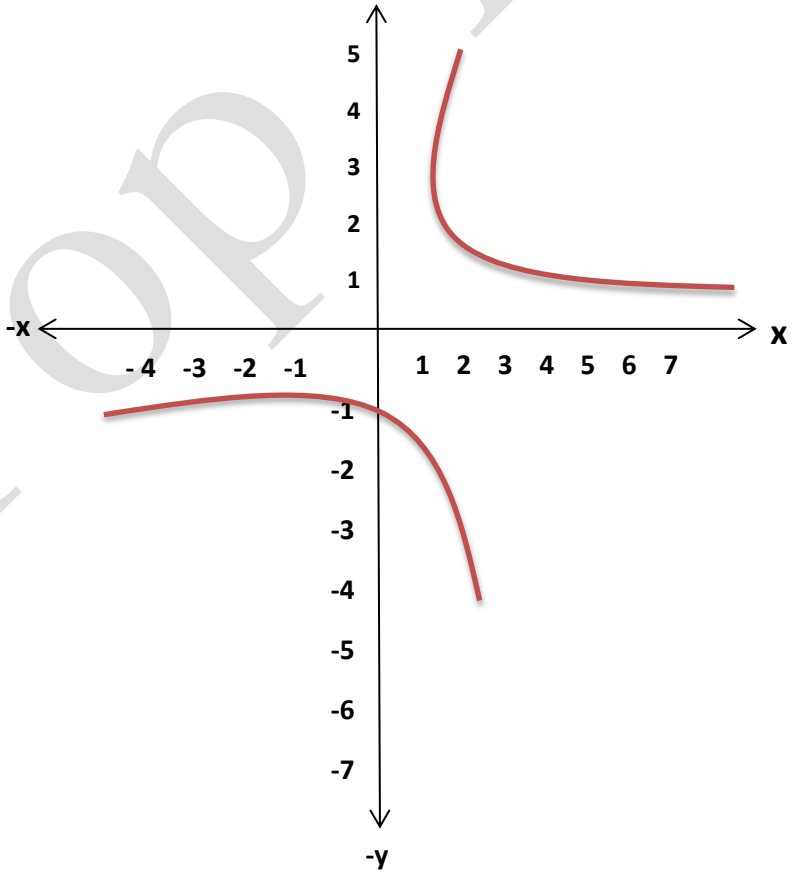
عين مجال الدالة $y = F(x) = \frac{1}{x-1}$ ثم ارسم الدالة

الحل

نساوي المقام بالصفر ثم نحصل على أصفار المقام

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$R = R - [1] = (1, \infty) \cup (-\infty, 1)$$



Top Team

مثال 9

أوجد مجال الدالة الآتية ثم ارسم الدالة

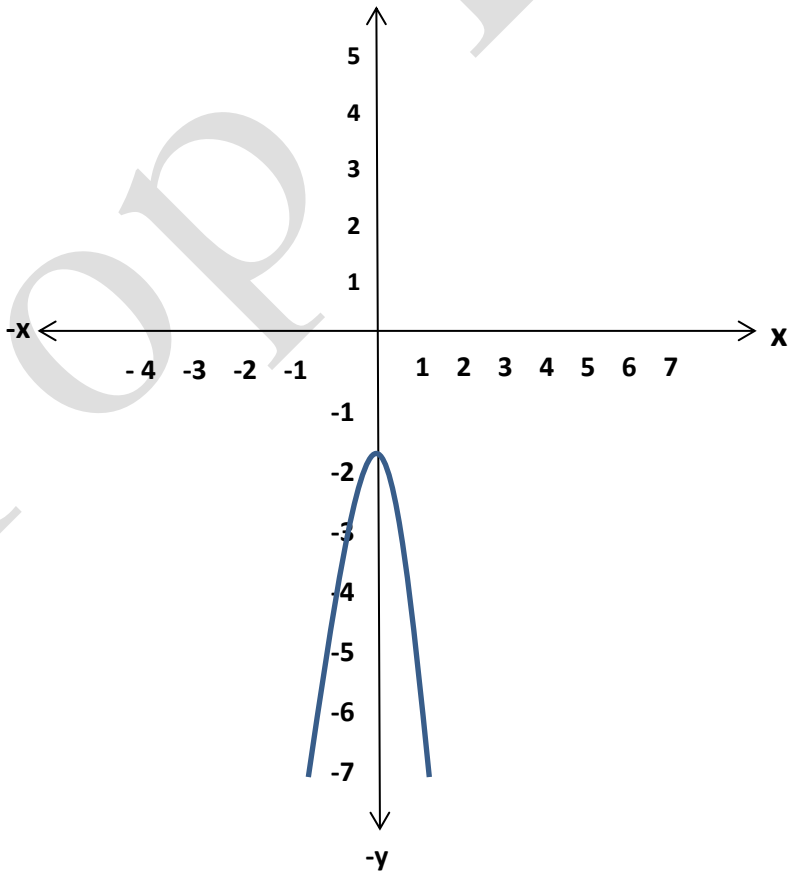
$$y = F(x) = \frac{x^2 + 4}{x^2 - 4}$$

الحل

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

المجال هو $R - [-2,2]$

$$(-\infty, -2) \cup (-2,2) \cup (2, \infty) =$$



Top Team

مثال 10

أوجد مجال الدوال الآتية

$$1.\ y = F(x) = \frac{x^2 + 3}{x^3 - 5x^2 + 6x}$$

الحل

$$x^3 - 5x^2 + 6x = 0 \ \Rightarrow \ x(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$x = 0\ , x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x = 0\ , \quad (x-2)(x-3) = 0$$

$$x = 0\ , \quad x = 2\ , \quad x = 3$$

المجال هو $R - [\,0\,,2\,,3\,]$

Top Team

$$2.\ y = g(x) = \frac{x}{x^4 - 13x^2 + 36}$$

الحل

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

$$(x^2 - 9)\ (x^2 - 4) = 0$$

$$(x - 3)(x + 3)\ (x - 2)\ (x + 2) = 0$$

$$x = 3\ ,\quad x = -3\ ,\quad x = 2\ ,\quad x = -2$$

المجال هو $R - [-3, -2, 2, 3,]$

Top Team

$$3.\ F(x) = \frac{5x+1}{x^2-1}$$

الحل

$$x^2 - 1 = 0$$

$$(x-1)(x+1) = 0$$

$$x = 1 \quad , \quad x = -1$$

المجال هو $R - [-1, 1]$

Top Team

الدالة الجذرية

الدالة الجذرية :

هي الدالة التي معادلتهما على الصورة

$$y = F(x) = \sqrt[n]{x}$$

ومجال الدالة الجذرية هو :

- ✓ اذا كانت n عدد زوجي هو جميع قيم x بحيث $x \geq 0$
- ✓ اذا كانت nعدد فردي هو $R = (-\infty, \infty)$

Top Team

مثال 11

اذا كانت $y = F(x) = \sqrt[3]{3x+8}$ أوجد

$F(0)\ ,\ F(-3)\ ,F(\frac{19}{3})$

الحل

$$1.\ F(0) = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$2.F(-3) = \sqrt[3]{3(-3)+8} = \sqrt[3]{-9+8}$$
$$= \sqrt[3]{-1} = -1$$

$$3.F\left(\frac{19}{3}\right) = \sqrt{3-\frac{19}{3}+8} = \sqrt[3]{19+8}$$
$$= \sqrt[3]{27} = 3$$

Top Team

مثال 12

لماذا تعتبر هذه الدوال ليست جذرية ..؟

$$1.\ F(x) = \sqrt{x} + x^{-1}$$

$F(x)$ ليست جذرية لأن x^{-1} ليست دالة جذرية .

$$2.\ g(x) = \sqrt{|x+1|}$$

$g(x)$ ليست جذرية لأن ما تحت الجذر ليست كثيرة حدود .

$$3.\ h(x) = \sqrt{\frac{5x+1}{3x+2}}$$

$h(x)$ ليست دلة جذرية لأن ماتحت الجذر ليست كثيرة حدود .

Top Team

مثال 13

أوجد مجال الدوال الآتية :

$$1.\ F(x) = \sqrt{x-2}$$

n عدد زوجي نضع $n = 2$,

$$x - 2 \geq 0 \quad \gg \quad x \geq 2$$

اذا المجال $= [2, \infty)$

$$2.\ g(x) = \sqrt[3]{x-2}$$

بما أن $n = 3$ عدد فردي

المجال هو $R = (-\infty, \infty)$

Top Team

$$3.\ h(x) = \sqrt{1 - x}$$

بما أن $n = 2$ عدد زوجي

$$1 - x \geq 0 \quad \rightarrow \quad x \leq 1$$

المجال هو $(-\infty , 1]$

$$4.\ F(x) = \sqrt{x + 4}$$

بما أن $n = 2$ عدد زوجي

$$1 + 4 \leq 0 \quad \rightarrow \quad x \geq -4$$

المجال هو $[-4 , \infty)$

Top Team

$$5.\ F(x) = \frac{x^2}{5-x}$$

$$5 - x = 0 \quad \rightarrow \quad x = 5$$

المجال هو $R - [\ 5\ ]$

$$6.\ F(x) = \sqrt[5]{5-x}$$

بما أن n عدد فردي

اذا المجال هو $R = (-\infty, \infty)$

Top Team

$$7.\ F(x) = \sqrt{x-3}$$

بما أن $n = 3$ عدد فردي

$$x - 3 \leq 0 \quad \rightarrow \quad x \geq 3$$

المجال هو $R = [3, \infty)$

$$8.\ F(x) = x^3 - 5x + 1$$

بما أن الدالة هنا كثيرة حدود اذا

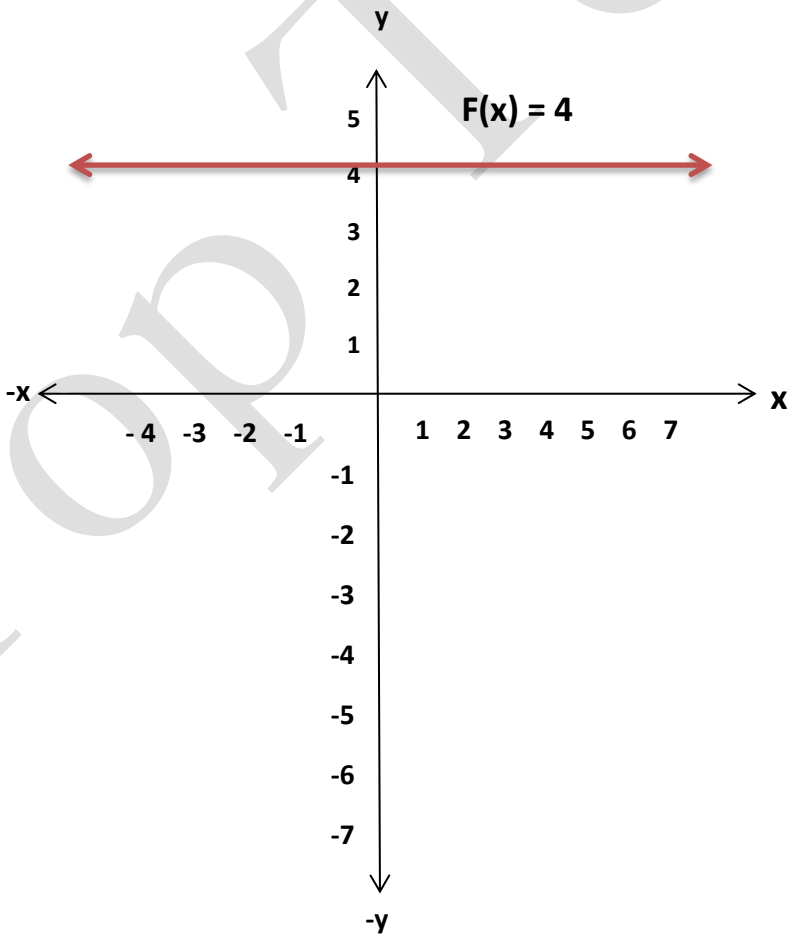
$$R = (-\infty, \infty)$$

Top Team

مثال 11

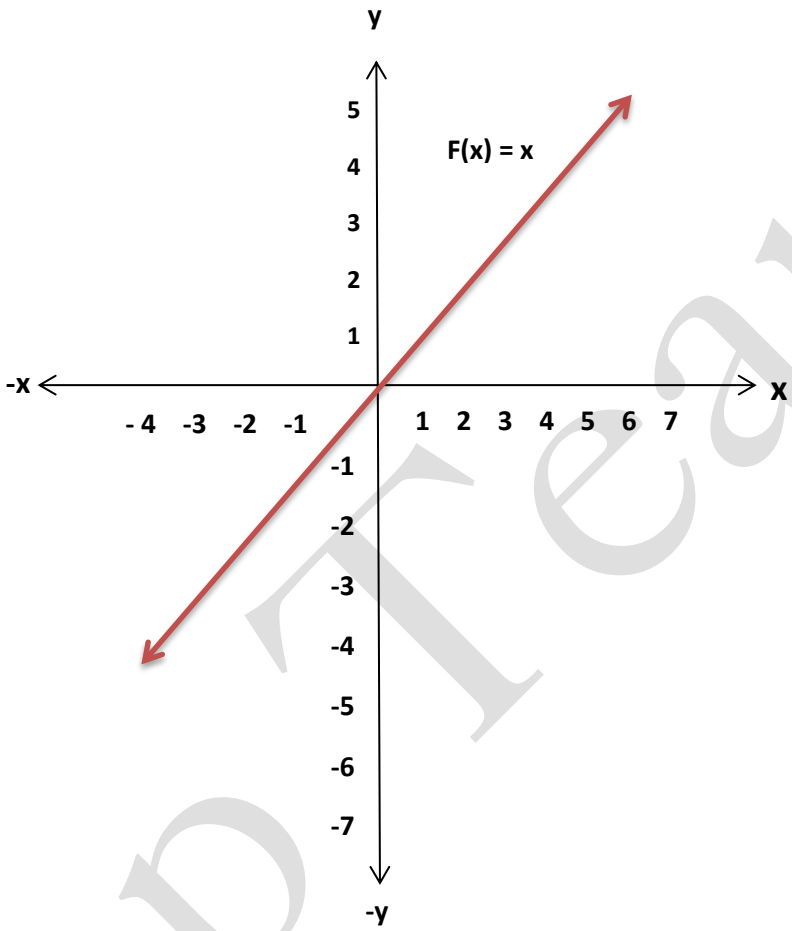
مثل كال من الدوال الآتية :

$$F(x) = 4$$



Top Team

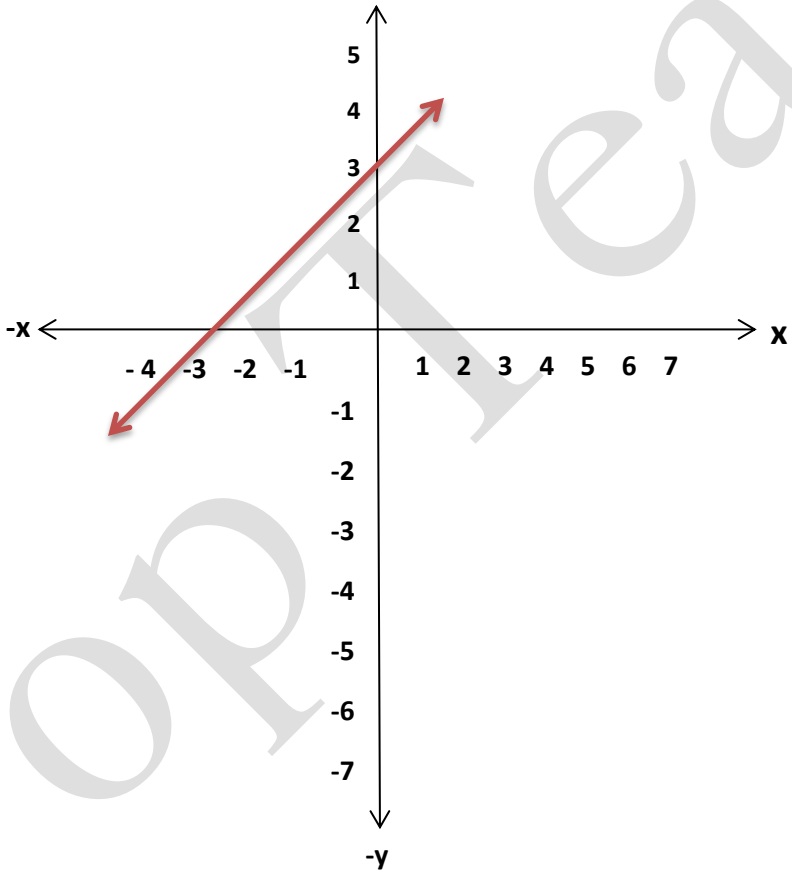
$$F(x) = x$$



Top Team

3. $F(x) = x + 3$

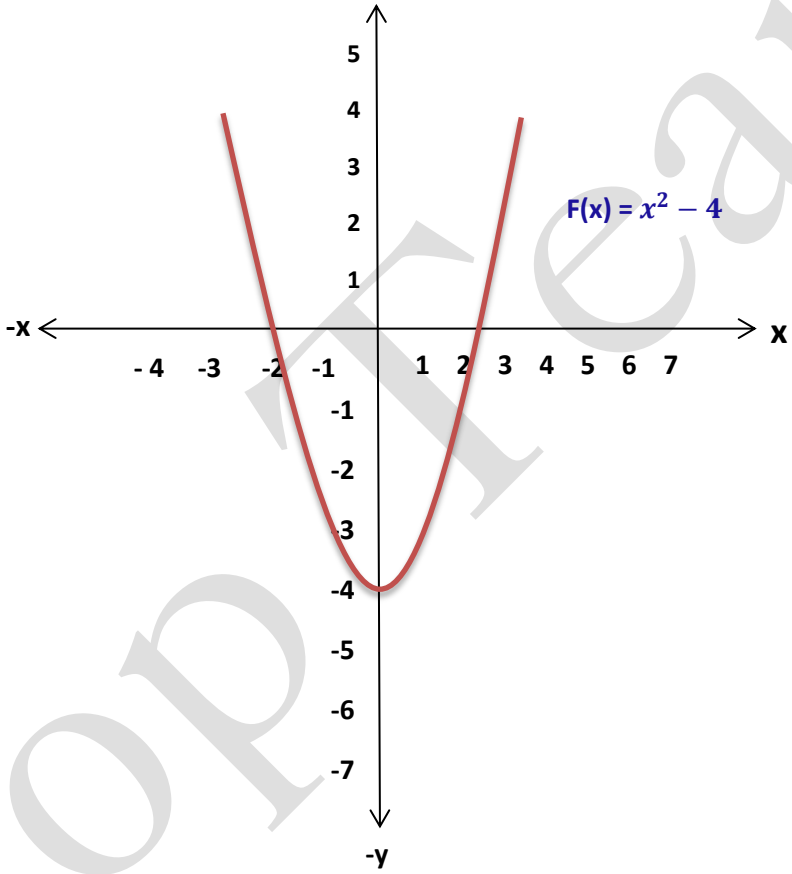
x	-3	-2	-1	0
y	0	1	2	3



Top Team

$$4.F(x) = x^2 - 4$$

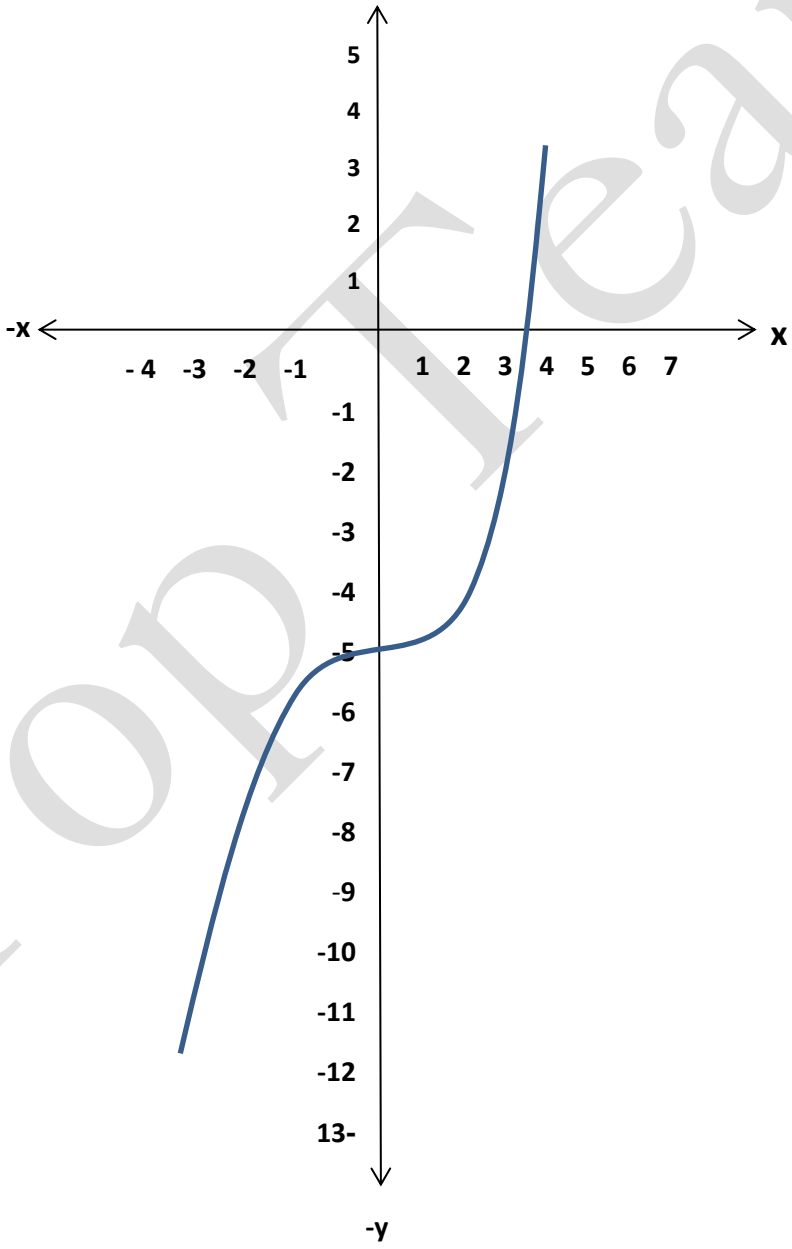
x	2	1	0	-1	-2
y	0	-3	-4	-3	0



Top Team

$$5.\ F(x) = x^3 - 5$$

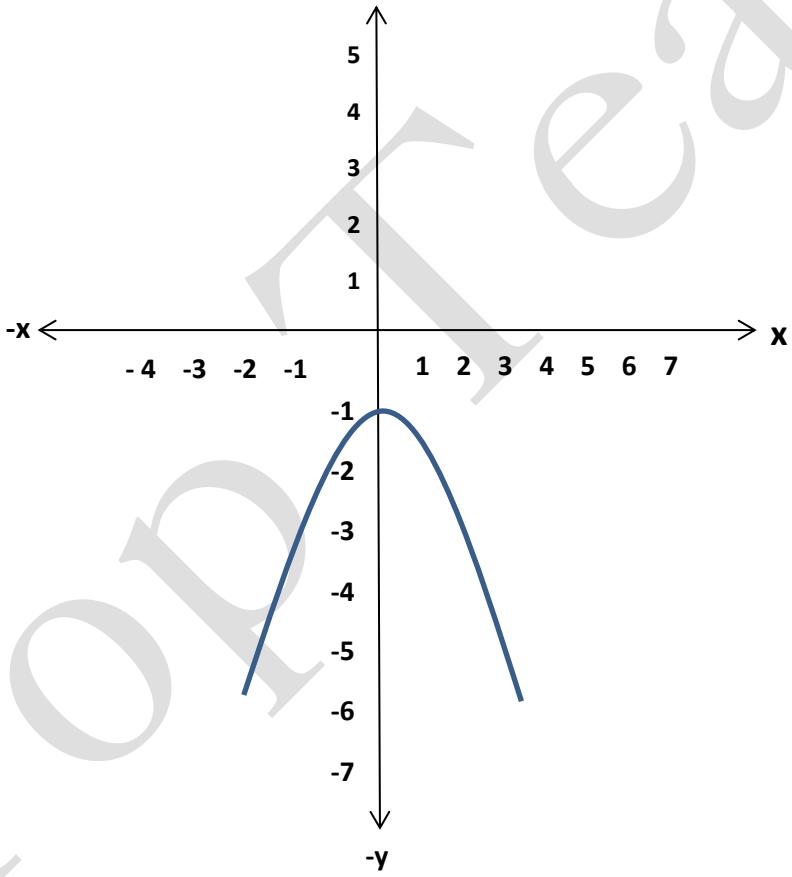
x	0	1	2	-1	-2
y	-5	-4	3	-6	-13



Top Team

$$6.\ F(x) = -x^2 + x - 1$$

x	-2	-1	0	1	2
y	-7	-3	-1	-1	-3



TopTeam

مثال 12

اختر الاجابة الصحيحة :

1. $(x^2+1)(x-1)(x+1) =$

a. x^4

b. $(x^2-1)^2$

c. $(x^2+1)^2$

d. (x^4+1)

2. $(5-4x)^2 =$

a. $25-40x+16x^2$

b. $25+16x^2$

c. $25-16x^2$

d. $25+40x+16x^2$

3. اذا كان $F(x)=\frac{x-1}{2}$ فان قيمة $F(1)=$

a. 1
b. $x-2$
c. 0
d. $x+2$

4. اذا كانت $F(x)=\sqrt{x}$ فان قيمة $F(16)=$

a. 8
b. 2
c. 4
d. -4

5. اذا كان $\frac{(x)(x)}{x+x} = 2$ فان قيمة x =

a. $\frac{1}{2}$

b. 2

c. 4

d. 1

6. مجال تعريف الدالة $F(x) = \frac{x^3-27}{x^2}$ هو R-{0}

a. صواب

b. خطأ

7. اذا كانت $F(x)=\frac{1-x}{x-1}$ فان $F(-1)=0$

a. صواب

b. خطأ

8. الدالة $F(x)=\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$ هي دالة جذرية

a. صواب

b. خطأ

9. اذا كانت $F(x) = -7$ فان $F(-3) = -7$

a. صواب

b. خطأ

10. الدالة $F(x) = \frac{x^5-3x^2+17x+11}{x^2+22}$ هي دالة كسرية

a. صواب

b. خطأ

11. مجال تعريف الدالة $F(x) = x^2 - 1$ هو $R-\{1\}$

a. صواب

b. خطأ

12. الدالة $F(x) = x^7$ هي دالة كثيرة حدود

a. صواب

b. خطأ

13. لتكن $F(x) = \sqrt{13}$ فان قيمة $F(-2)$ تكون غير معرفة

a. صواب

b. خطأ

14. اذا كانت $F(x) = x$ فان $F(-5) = 5$

a. صواب

b. خطأ

15. مجال تعريف الدالة $F(x) = \sqrt{8}$ هو R

a. صواب

b. خطأ

16. الدالة $F(x) = \sqrt{x} + 4$ هي كثيرة حدود من الدرجة $\frac{1}{2}$

a. صواب

b. خطأ

17. الدالة $F(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ هي دالة جذرية

a. صواب

b. خطأ

18. الدالة $F(x) = x + 9$ هي دالة خطية

a. صواب

b. خطأ

19. الدالة $F(x) = \frac{\sqrt{x}+13}{x^2+7}$ هي دالة كسرية

a. صواب

b. خطأ

20. مجال الدالة $F(x) = x^2 - \frac{3}{4}$ هي مجموعة الأعداد الحقيقية R .

a. صواب

b. خطأ

21. الدالة x^2 $= F(x)$ هي دالة

a. تربيعية
b. أسية
c. ثابتة
d. لوغاريتيمية

22. مجال الدالة $\sqrt{x-6}$ $= F(x)$ هو

a. R
b. $[6,\infty)$
c. $R-\{6\}$
d. $(-\infty,6]$

23. الدالة $F(x) = \frac{2x+4}{x^2}$ هي دالة

a. جذرية

b. أسية

c. كسرية

d. كثيرة حدود .

24.مجال الدالة $F(x) = \frac{2x+1}{x^2+2x}$ هو

a. (0,2)

b. $R - \{0,-2\}$

c. R