

الدالة العكسية

دالة واحد لواحد

تسمى الدالة $y = F(x)$ دالة واحد لواحد اذا تحقق أحد الشرطين :

$$F(a) = F(b) \rightarrow a = b(1)$$

$$a \neq b \rightarrow F(a) \neq F(b)(2)$$

مثال 1

أثبت أن الدالة

$$F(x) = x - 5 \text{ دالة واحد لواحد}$$

الحل:

$$F(a) = F(b) \quad \text{نفرض أن}$$

$$\rightarrow a - 5 = b - 5 \quad \rightarrow \quad a = b$$

اذا الدالة $F(x) = x - 5$ دالة واحد لواحد

مثال 2

أثبت أن الدالة

$$F(x) = \frac{4x+5}{x+2} \text{ دالة واحد لواحد}$$

الحل

نفرض أن $F(a) = F(b)$

$$\square \frac{4a+5}{a+2} = \frac{4b+5}{b+2}$$

$$\rightarrow (4a+5)(b+2) = (a+2)(4b+5)$$

$$\rightarrow 4ab + 10 + 8a + 5b = 4ab + 5a + 8b + 10$$

$$\rightarrow 8a + 5b = 8b + 5a$$

$$\rightarrow 3a = 3b$$

$$\rightarrow a = b$$

□ إذا الدالة $F(x) = \frac{4x+5}{x+2}$ دالة واحد لواحد .

مثال 3

أثبت أن الدالة

$$F(x) = 5^{3x-1}$$
 دالة واحد لواحد

الحل

نفرض أن $F(a) = F(b)$

$$\square 5^{3a-1} = 5^{3b-1}$$

بما أن الأساس = الأساس

$$\square \text{الأس} = \text{الأس}$$

$$3a - 1 = 3b - 1$$

$$\rightarrow a = b$$

إذا الدالة $F(x) = 5^{3x-1}$ دالة واحد لواحد

أثبت أن الدالة $F(x) = \sqrt{2x - 3}$ دالة واحد لواحد

الحل:

$$F(a) = F(b) \quad \text{نفرض أن}$$

$$\square \sqrt{2a - 3} = \sqrt{2b - 3}$$

بتربيع الطرفين

$$\rightarrow 2a - 3 = 2b - 3$$

$$\rightarrow 2a = 2b$$

$$a = b$$

إذا الدالة $F(x) = \sqrt{2x - 3}$ دالة واحد لواحد .

أثبت أن الدالة $F(x) = \ln(3x + 2)$ دالة واحد لواحد

الحل

نفرض أن $F(a) = F(b)$

$$\ln(3a + 2) = \ln(3b + 2)$$

بأخذ (e) للطرفين

$$e^{\ln(3a+2)} = e^{\ln(3b+2)}$$

$$\rightarrow 3a + 2 = 3b + 2$$

$$\rightarrow 3a = 3b$$

$$\rightarrow a = b$$

إذا الدالة $F(x) = \ln(3x + 2)$ دالة واحد لواحد.

أثبت أن الدالة $F(x) = 2x^2 + 5$ ليست دالة واحد لواحد

الحل

نفرض أن $F(a) = F(3)$ ، $F(b) = F(-3)$

$a \neq b$

$$F(a) = F(3) = 2(3)^2 + 5 = 2(9) + 5 = 18 + 5 = 23$$

$$F(b) = F(-3) = 2(-3)^2 + 5 = 2(9) + 5 = 18 + 5 = 23$$

$a \neq b$ ولكن $F(a) = F(b)$

إذا الدالة $F(x) = 2x^2 + 5$ ليست دالة واحد لواحد .

الدالة الشاملة

الدالة $F(x) = y$ تسمى دالة شاملة اذا كان كل عنصر من عناصر y يرتبط على الأقل بعنصر واحد من عناصر المجال x .
أي أن المدى = المجال المقابل .

$x \longrightarrow y$
 $l \longrightarrow f(l)$
 $m \longrightarrow f(m)$
 $n \longrightarrow F(n)$



$x \longrightarrow y$
 $L \longrightarrow 5$
 $M \longrightarrow 5$
 $n \longrightarrow 5$



$x \xrightarrow{f} y$

$L \xrightarrow{\quad} x$
 $n \xrightarrow{\quad} r$
 $\quad \quad \quad t$

