1.2

Domain of the function مجال الدالة

Type of function	Ex. Of function	domain
Polynomial	$F(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5$ $f(x) = 5x + 8$ $f(x) = -10$ $f(x) = x^4$	$R = (-\infty, \infty)$
Absolute Value	$f(x) = \lvert x^2 - 2x - 8 \rvert$	
Radical	$F(x) = \sqrt[5]{h(x)}$ دالة جذرية دليلها فردي	
Radical	$F(x) = \sqrt[4]{h(x)}$ دالة جذرية دليلها ذوجي	المجال هو مجموعة حل المتباينة $h(x) \geq 0$ او الفترات الموجبة لما تحت الجزر مغلقة
logarithmic	$F(x) = \log h(x)$	المجال هو مجموعة حل المتباينة $h(x) > 0$ او الفترات الموجبة لما تحت الجزر مفتوحة
Rational	$f(x) = \dfrac{x+3}{x-4}$	R – { أصفار المقام } $D_f = R - (4)$ $= (-\infty, 4) \cup (4, \infty)$

اذا وجد عدة انواع من الدوال في علاقة واحدة فان المجال الكلي هو التقاطع لكل هذه المجالات

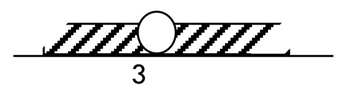
(Ex-2):- the domain of $F(x) = \frac{2x+1}{3x-9}$ is

a) $(-\infty, 3] \cup [3, \infty)$ b) $(-\infty, 3) \cup (3, \infty)$

c) $(-\infty, 3] \cup (3, \infty)$ d) $(-\infty, 3) \cup [3, \infty)$

Solution

$\rightarrow \quad D_f = R - \{3\}$



$= (-\infty, 3) \cup (3, \infty)$

----------------------5555555555555555--------------------

(Ex-3):-the domain of $F(x) = \frac{5}{x^2 - 9}$ is

a) $R - (-3, 3)$ b) $R - [-3, 3]$

c) $R - \{-3, 3\}$ d) $R = (-\infty, \infty)$

Solution

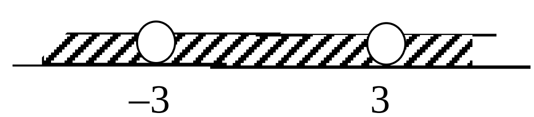
نوجد أصفار المقام كما يلي

$x^2 - 9 = 0$

$x^2 = 9$

$x = \pm 3$

$\rightarrow \quad D f = R - \{-3, 3\}$



$= (-\infty, -3) \cup (-3, 3) \cup (3, \infty)$

(Ex-4):- the domain of $F(x) = \frac{8x^2 - 13}{x}$ is

a) $R - \{0,2\}$ b) $R - \{0,3\}$ c) $R - \{0\}$ d) R

Solution

$\rightarrow \quad D_f = R - \{0\}$

---------------------5555555555555555--------------------

(Ex-5):- the domain of $F(x) = \frac{x^2 - 1}{x^3 - 4x}$ is

a) $R - \{0, 2\}$ b) $R - \{2, -2\}$

c) $R - \{0, 2, -2\}$ d) R

Solution

أصفار المقام

$$x^3 - 4x = 0$$

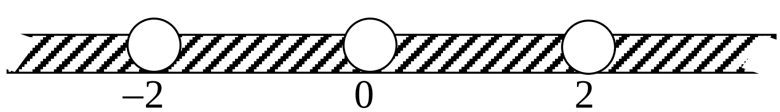
$$x(x^2 - 4) = 0$$

$$x = 0 \qquad x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

$\rightarrow \quad D_f = R - \{0, 2, -2\}$



$= (-\infty, -2) \cup (-2, 0) \cup (0, 2) \cup (2, \infty)$

(Ex-6):-the domain of the $F(x) = \frac{5x+1}{x^2+9}$ is

a) $R - \{0,2\}$ b) $R - \{-3,3\}$ c) $R - \{0\}$ d) R

Solution

x^2 + عدد

دائماً ليس له أصفار

$\rightarrow \quad D f = R \quad = (-\infty, \infty)$

(Ex-7):-the domain of $F(x) = (2x - 8)^{-2}$ is

a) $R - \{0,2\}$ b) $R - \{0,3\}$ c) $R - \{4\}$ d) R

Solution

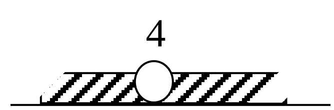
نوجد أصفار المقام كما يلي

$$(2x - 8)^2 = 0$$

$$2x - 8 = 0$$

$$2x = 8 \qquad x = 4$$

$F(x) = \frac{1}{(2x-8)^2}$



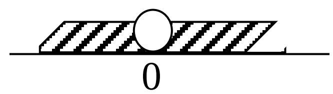
$\rightarrow \quad D_f = R - \{4\} = (-\infty, 4) \cup (4, \infty)$

(Ex-8):- the domain of $F(x) = 10x^{-2} \Rightarrow F(x) = \frac{10}{x^2}$ is

a) $R - \{0,2\}$ b) $R - \{0,3\}$ c) $R - \{0\}$ d) R

Solution

$\rightarrow D_f = R - \{0\}$



$= (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

نوجد أصفار المقام كما يلي $x^2 = 0$

$x = 0$

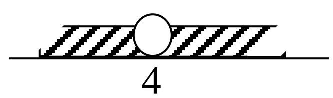
---------------------5555555555555555--------------------

(Ex-9):-the domain of $F(x) = \frac{2x - 1}{|3x - 12|}$ is

a) $R - \{0,2\}$ b) $R - \{0,3\}$ c) $R - \{4\}$ d) R

Solution

$D f = R - \{4\}$



$= (-\infty, 4) \cup (4, \infty)$

نوجد أصفار المقام كما يلي

$3x-12=0$ $x = 4$

(Ex-10):-the domain of $F(x) = \frac{8x + 1}{|x| - 3}$ is

a) $R - (-3,3)$ b) $R - \{-3,3\}$ c) $R - \{4\}$ d) R

Solution

$\rightarrow D_f = R / \{-3, 3\}$

$= (-\infty, -3) \cup (-3, 3) \cup (3, \infty)$

$|x| - 3 = 0$

$|x| = 3$

$x = \pm 3$

(Ex-11):- the domain of $f(x) = \dfrac{x^2 - 4}{|x| + 2}$ is

a) R – (-3,3)   b) R – { -3,3 }

c) R – { 4 }   d) R = $(-\infty, \infty)$

Solution

$$|x| + 2 = 0$$

$$|x| = -2$$

مرفوض

المقام ليس له أصفار $\therefore$

$\therefore \quad D f = R = (-\infty, \infty)$

----------------------5555555555555555--------------------

(Ex-12):- the domain of $F(x) = \sqrt{2x - 6}$ is

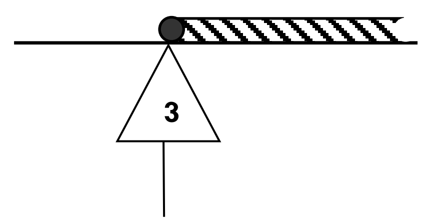
a) $[3, \infty)$ b) $(3, \infty)$ c) $[-3, \infty)$ d) R

Solution

$$2x - 6 \geq 0$$

$$2x \geq 6 \qquad (\div 3)$$

$$x \geq 3$$



$\therefore D_f = [3, \infty)$

(Ex-13):-the domain of $F(x) = \sqrt{x^2 - 9}$ is

a) $(-\infty, -3] \cup [3, \infty)$ b) $(-\infty, -3) \cup (3, \infty)$

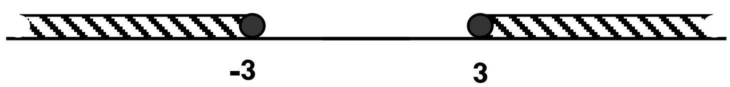
c) $(-\infty, 3] \cup [-3, \infty)$ d) R

Solution

جذر تربيعي في البسط

$\therefore$ المجال هو مجموعة الحل للمتراجحة

$x^2 - 9 \geq 0$



$$\therefore \quad D_f = (-\infty, -3] \cup [3, \infty)$$

يمكن كتابة المجال بشكل آخر وهو $D_f = R/(-3, 3)$

(Ex-14):-the domain of $F(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 - 9}}$ is

a) $(-\infty, -3] \cup [3, \infty)$ b) $(-\infty, -3) \cup (3, \infty)$

c) $(-\infty, 3] \cup [-3, \infty)$ d) R

Solution

نفس حل المثال السابق ولكن الجذر في المقام

$\therefore$تكون الفترات مفتوحة حيث $x^2 - 9 > 0$

$$\therefore \quad D_f = (-\infty, -3) \cup (3, \infty)$$

(Ex-15):- the domain of F (x) = $\sqrt{x^2 - x - 6}$ is

a) $(-\infty , -2] \cup [3 , \infty)$ b) $(-\infty , -2) \cup (3 , \infty)$

c) $(-\infty , 3] \cup [-2 , \infty)$ d) R

Solution

جذر تربيعي في البسط

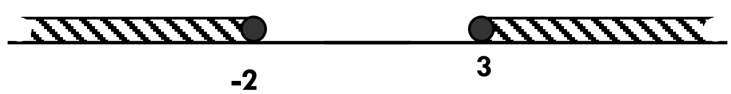
$\therefore$ المجال هو مجموعة الحل للمتراجحة

$$x^2 - x - 6 \geq 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$x = 3 \quad , \quad x = -2$$



$$\therefore D_f = (-\infty , -2] \cup [3 , \infty)$$

(Ex-16):-the domain of F (x) = $\dfrac{13x - 1}{\sqrt{x^2 - x - 12}}$ is

a) $(-\infty , -3] \cup [4 , \infty)$ b) $(-\infty , -3) \cup (4 , \infty)$

c) $(-\infty , 4] \cup [-3 , \infty)$ d) R

Solution

نفس طريقة المثال السابق ولكن الفترات مفتوحة من عند العدد

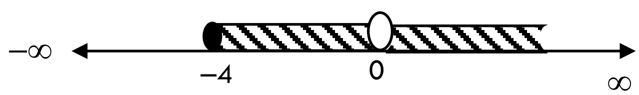
$$\therefore \quad D_f = (-\infty , -3) \cup (4 , \infty)$$

(Ex-17):- the domain of $F(x) = \sqrt{x+4} + \dfrac{2}{x}$ is

a) $(-4\ ,\ 0\,] \cup (\,0\ ,\ \infty\,)$ b) $(-4\ ,\ 0\,) \cup (\,0\ ,\ \infty\,)$

c) $(-4\ ,\ 4\,] \cup [\,0\ ,\ \infty\,)$ d) R

Solution



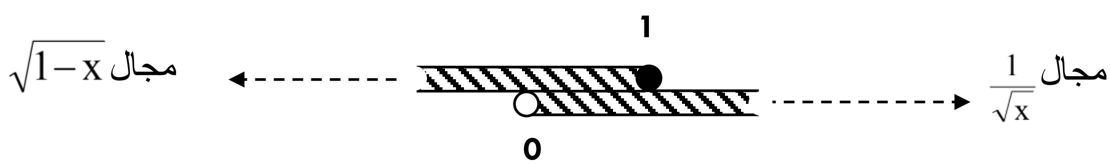
المجال هو تقاطع مجال الدالتين

$$\therefore D_f = [-4\ ,\ \infty) - \{\,0\,\}$$

(Ex-18):-the domain of $F(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{1-x}$ is

a) (0 , -1] b) (-1 , 1] c) (0 , 1] d) R

Solution



ثم نوجد تقاطع الفترتين

$$\therefore \quad D\,f\ (x) = (0\ ,\ 1]$$

(Ex-19):- the domain of $F(x) = \sqrt[3]{x^2 - 9}$ is

a) R − (-3,3) b) R − { -3,3 } c) R − { 4 } d) R

Solution

* جذر دليله فردي في البسط

$D\,f = R = (-\infty\ ,\ \infty) \leftarrow$ المجال هو∴

(Ex-20):-the domain of $F(x) = \dfrac{2x}{\sqrt[3]{x^2 - 9}}$ is

a) $R - (-3,3)$ b) $R - \{-3,3\}$ c) $R - \{4\}$ d) R

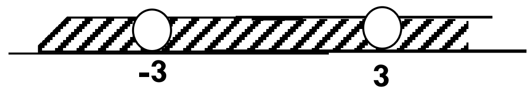
Solution

نوجد أصفار المقام كما يلي

$$x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$



* جذر دليله فردي في المقام

$\therefore$ المجال هو R /{أصفار المقام}

$$\therefore \quad D_f = R \;/\; \{-3 , 3\}$$

****

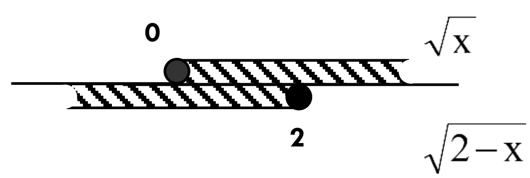
(Ex-21):-the domain of $F(x) = \sqrt{x} + \sqrt{2 - x}$ is

a) $[0 , 2]$ b) $(0 , 2]$ c) $[0 , 2)$ d) $(0 , 2)$

Solution

* نوجد مجال $\sqrt{x}$ ومجال $\sqrt{2 - x}$

ثم نوجد تقاطع المجالين فيكون هو مجال الدالة



$$D f = [0 , 2]$$

....

(Ex-22):-the domain of F (x) = ln (x− 2) is

a) [2 , ∞) b) (-2 , ∞) c) (2 , ∞) d) [-2 , ∞)

Solution

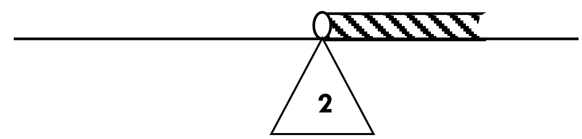
الدالة اللوغاريتمية

مجالها هو مجموعة حل المتراجحة المفتوحة

ln لما بداخل $x - 2 > 0$

$x - 2 > 0$

$x > 2$



$\therefore \quad D f = (2 , \infty)$

(Ex-23):-the domain of F (x) = $\sqrt{2 - \sqrt{x}}$ is

a) [0 , 4] b) (0 , 4] c) [0 , 4) d) (0 , 4)

Solution

نوجد تقاطع الفترتين:

ما تحت الجذر الداخلي

$x \geq 0$

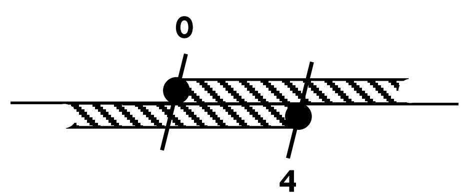
ما تحت الجذر الخارجي

$2 - \sqrt{x} \geq 0$

$-\sqrt{x} \geq -2$

$\sqrt{x} \leq 2$

$x \leq 4$



$\therefore \quad D f = [0 , 4]$

الدالة المجزأة

The domain of $f(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{if } 0 < x \le 2 \\ \frac{-1}{3}x - \frac{5}{3} & \text{if } 2 < x \le 5 \end{cases}$ is

a) $R - (-3,3)$ b) $R - \{-3,3\}$ c) $R - \{4\}$ d) R

Solution

يكتب مجال الدالة المجزأة من صيغتها المكتوبة وفترات التعريف المذكورة أمامها

ومجال الدالة السابقة هو domain $f(x) = (0,2] \cup (2,5] = (0,5]$

Find the domain and range:

إيجاد المدى من المجال

(1) $y = x^2$ — **Domain** $= (-\infty , \infty)$

$F(-\infty) = \infty$, $F(\infty) = \infty$, $F(0) = 0$ — **Range** $= [0 , \infty)$

(2) $y = \sqrt{x}$ — **Domain** $= [0 , \infty)$

$F(0) = 0$, $F(\infty) = \infty$ — **Range** $= [0 , \infty)$

(3) $y = \sqrt{4 - x}$ دالة جذرية — **Domain** $= (-\infty , 4]$ الفترة الموجبة

$F(-\infty) = \infty$, $F(4) = 0$, $F(0) = 2$ — **Range** $= [0 , \infty)$

(4) $y = \sqrt{1 - x^2}$ دالة جذرية — **Domain** $= [-1 , 1]$

$F(-1) = 0$, $F(1) = 0$, $F(0) = 1$ — **Range** $= [0 , 1]$

ملحوظة هامة

إذا كانت إشارات طرفي **Domain** مختلفة نعوض بالصفر والطرفين في الدالة ونأخذ اقل واكبر قيمة لتكون **Range** أما إذا كانت النهايتان متشابهتان فيتم التعويض بهما فقط لإيجاد ال **Range**

المجال والمدى من الرسم

(Ex-27):-The accompanying figure shows the graph of y = f (x)

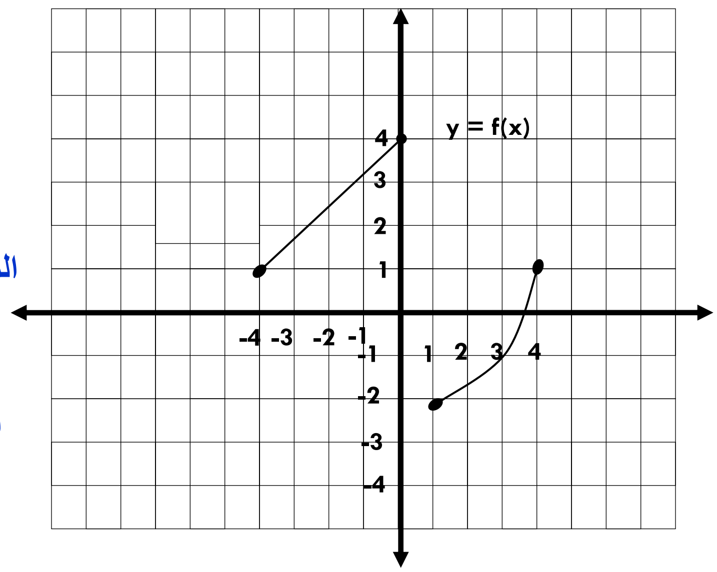
then the **Domain** of **f** is

(a) [–4 ,–1) ⋃ [1 , 4)

(b) [–4 ,0] ⋃ [1 , 4]

(c) [–4 ,–1) ⋃ (1 , 4)

(d) [–4 ,–1] ⋃ (1 , 4]



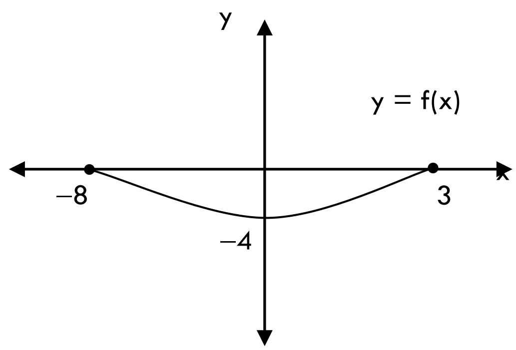
المجال **Domain** هو الفترة من المحور x والتي تناظر الرسم المتصل

[1 , 4) ⋃ [–4 , 0)

المدى **Range** هو الفترة من المحور y والتي تناظر الرسم المتصل

[–2 , 1) ⋃ [1 , 4)

****



Domain [–8 , 3] من محور x

Range [–4 , 0] من محور y

حالات اخرى للمجال

If the domain of $y = f(x)$ is **[–4 , 8]** Find the domain of g (x)

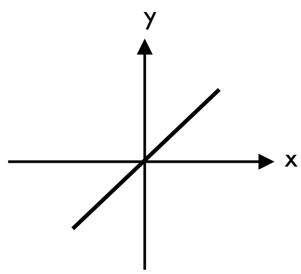
solution

g(x)	**Domain g(x)**
where $g(x) = f(x-2)$	**Domain g(x)** $\xrightarrow{\text{إضافة } +2 \text{ لـ } D f(x)}$ $[-2 , 10]$
where $g(x) = f(x+2)$	**Domaing(x)** $\xrightarrow{\text{إضافة } -2 \text{ لـ } D f(x)}$ $[-6 , 6]$
where $g(x) = f(2x)$	**Domaing(x)** $\xrightarrow{\text{قسمة } D f(x) \text{ على } 2}$ $[-2 , 4]$
where $g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right)$	**Domaing(x)** $\xrightarrow{\text{ضرب } D f(x) \text{ في } 2}$ $[-8 , 16]$

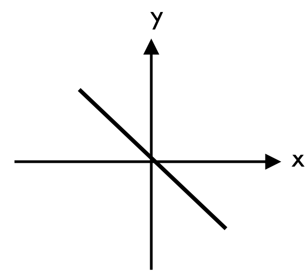
ملحوظة:- عند إيجاد المجال المطلوب فإن الإجراء المتخذ هو عكس العملية الموجودة في الدالة الاولى

الرسم البياني لبعض الدوال المشهورة

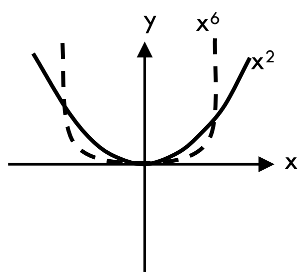
(1) $y = x$



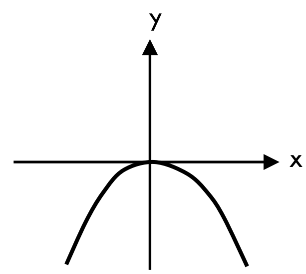
(2) $y = -x$



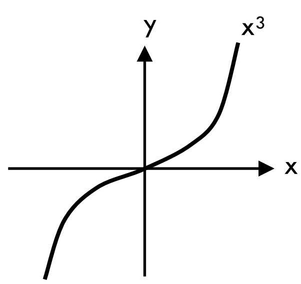
(3) $y = x^2$



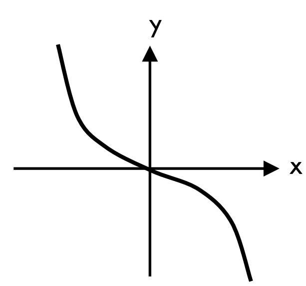
(4) $y = -x^2$



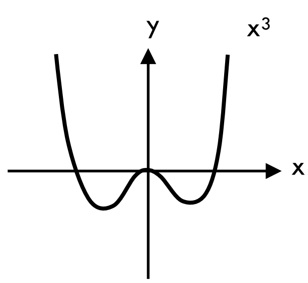
(5) $y = x^3$



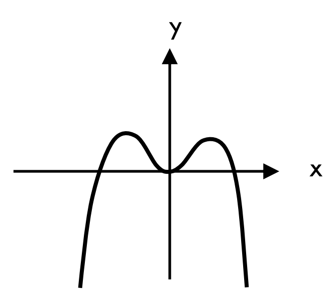
(6) $y = -x^3$



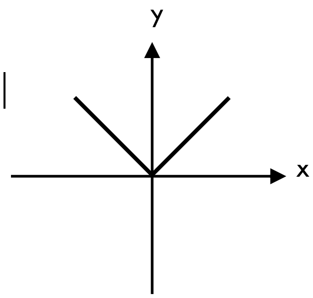
(7) $y = x^4 - x^2$



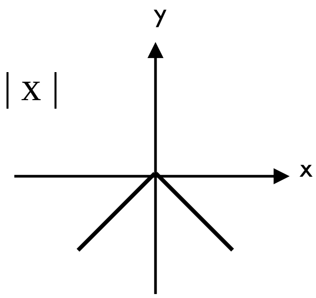
(8) $y = -x^4 + x^2$



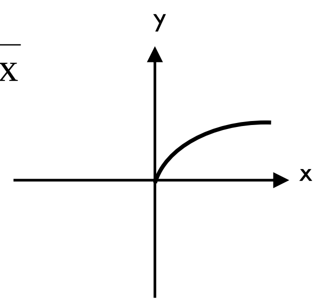
(9) $y = |x|$



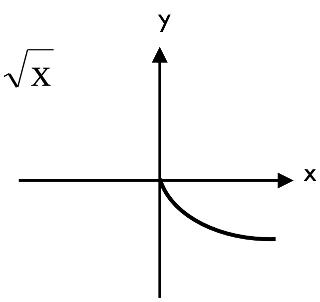
(10) $y = -|x|$



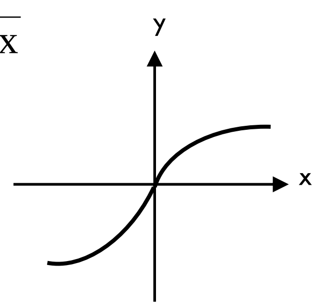
(11) $y = \sqrt{x}$



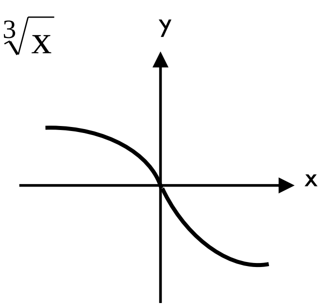
(12) $y = -\sqrt{x}$



(13) $y = \sqrt[3]{x}$



(14) $y = -\sqrt[3]{x}$

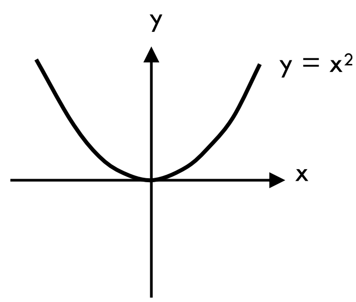


Even and Odd Function

- **Even Function**

F (–x) = F (x)

Symmetric about y - axis



امثلة لدوال زوجية

$f(x) = x^4 + x^2$ في كثيرة الحدود كل الأسس زوجية

$f(x) = x^2 - 5$, $f(x) = 3$, $f(x) = -5$ $f(x) = \cos x, \sec x$

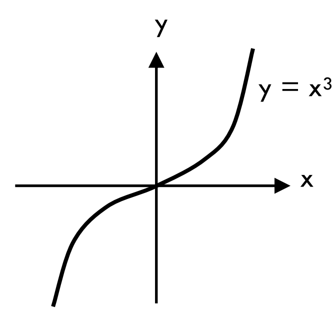
$f(x) = |x|$, $f(x) = |x^3|$

==========================

- **Odd Function**

F (–x) = –F (x)

Symmetric about origin (0, 0)



ملحوظة هامة:-لاي دالة فردية يكون $f(0) = 0$

امثلة لدوال فردية

$f(x) = 2x^5 + x^3$ • كل الأسس فردية في كثيرة الحدود

$f(x) = \sin x, \csc x, \tan x, \cot x$ وهذه الدوال المثلثية دوال فردية **odd**

ملحوظة:-اثناء الضرب والقسمة

يمكن اعتبار الدالة الزوجية مثل الاشارة الموجبة والفردية مثل الاشارة السالبة

- **ضرب او قسمة دالتين متماثلتين يعطي دالة زوجية**

$$f(x) = (3x^4 + x^2).(x^2 - 5) \quad = \text{even}$$

$$f(x) = (3x^3 + x).(x^3 - 2x^5) = \text{even}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 5}{3x^4 + x^2} \quad \frac{\oplus}{\oplus} = \oplus \ \text{even}, \qquad f(f) = \frac{x^3}{2x^3 + x} = \oplus \ \text{even}$$

$$f(x) = (2x^3 + x).(x^2 + 1)$$

- ضرب او قسمة دالتين مختلفتين يعطي دالة فردية

$$f(x) = \frac{2x^3 + x}{x^2 + 1} \qquad = \qquad \text{odd}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{2x + x^3} \qquad = \qquad \text{odd}$$

- جمع او طرح دالتين متماثلتين يعطي دالة من نفس النوع

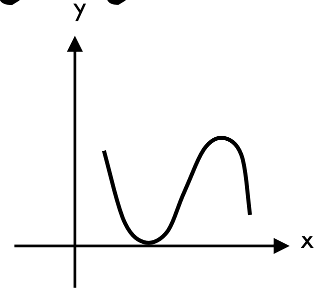
$$f(x) = x^3 + \sin x = \text{odd}$$

$$f(x) = x^2 + \cos x = \text{even}$$

جمع او طرح دالتين مختلفتين يعطي دالة لازوجية ولافردية

$$f(x) = x^2 + \sin x = \textbf{Neither even nor odd}$$

$$f(x) = x^3 + \cos x = \textbf{Neither even nor odd}$$



$F(-x) \neq F(x)$ ليست متماثلة حول محور y

دعم متواصل لأي استفسار على الواتس 00966502047005

$F(-x) \neq -F(x)$ ليست متماثلة حول نقطة الأصل

(Ex-8):- the function $f(x) = x \sin x - x^2$ is

a-even b-odd c- Neither even nor odd

(Ex-9):- the function $f(x) = |x| + x \sin x$ is

a-even b-odd c- Neither even nor odd

(Ex-10):- the function $f(x) = x \cos x + x$ is

a-even b-odd c- Neither even nor odd

(Ex-11):- the function $f(x) = x^3 + \sin x$ is

a-even b-odd c- Neither even nor odd

(Ex-12):- the function $f(x) = \dfrac{2x^3 + x}{x^2 + 1}$ is

a-even b-odd c- Neither even nor odd

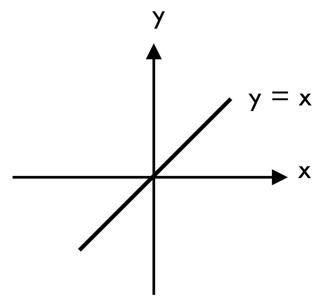
(Ex-13):- the function $f(x) = x^2 + \sin x$ is

a-even b-odd c- Neither even nor odd

Increasing and Decreasing

1- دالة الدرجة الاولى تناقصية اذا كان معامل x سالب وتذايدية اذا كان المعامل موجب

$f(x) = 3x - 9$ increasing

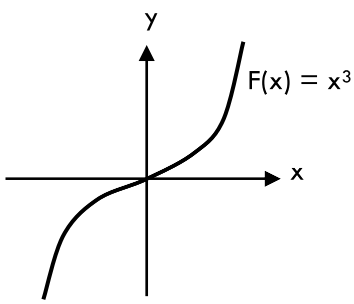


$f(x) = -4x + 6$ decreasing

increasing

****

$f(x) = x^3$



2 - في حالة الدالة التكعيبية

- إذا كان معامل x^3 موجب تكون الدالة تزايدية.
- إذا كان معامل x^3 سالب تكون الدالة تناقصية.

$f(x)$ is increasing in $(-\infty, \infty)$

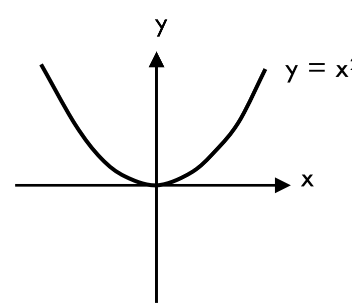
****

$f(x) = x^2$

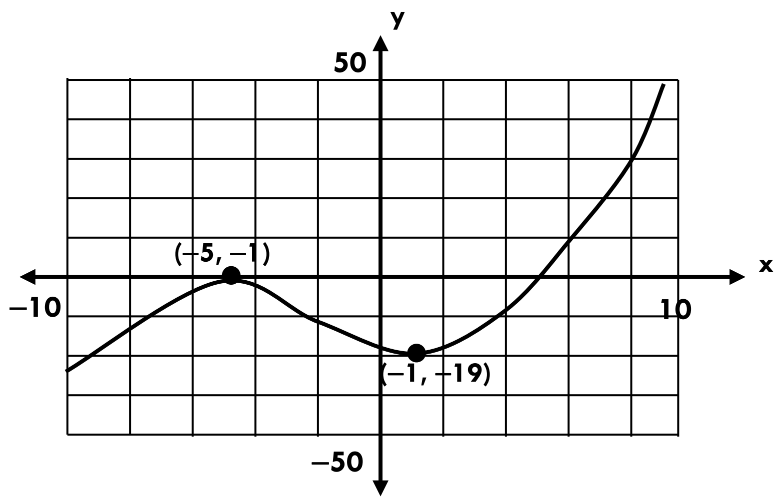
3- في حالة الدالة التربيعية

$f(x)$ is increasing in $[0, \infty)$

$f(x)$ is decreasing in $(-\infty, 0]$



التزايد والتناقص من الرسم



(Ex-6):-the function is increasing on

a) (–5 , –1) and (1 , –19) b) (–∞ , –5] and [–2 , 1]

<u>**c)**</u> (–∞ , –5] and [1 , ∞) d) [–5 , 1] and [1 , ∞)

(Ex-7):- the function is decreasing on

a) [1 , ∞) b) (–5 , –1)

<u>**c)**</u> [–5 , 1] d) (–∞ , –5)